

Übung 6

Aufgabe 1. Betrachten Sie das inhomogene Dirichletproblem

$$\begin{aligned} -u'' + u' + u &= f \quad \text{auf } (a, b) \\ u(a) &= A, u(b) = B. \end{aligned} \tag{1}$$

1. Erweitern Sie ihre Funktion `fem1D.m`, sodass sie auch (1) lösen können. Dazu müssen Sie nur den Lastvektor modifizieren. Die zusätzlichen Parameter, die optional als `varargin` übergeben werden können, sind die Randbedingungen A und B . Wenn keine Randbedingungen übergeben werden, soll wie ursprünglich $A = B = 0$ sein. In der Vorlesung wurde so vorgegangen: Man wählt $u_D(x) = A + \frac{x-a}{b-a}(B - A)$. Dann löst $u_0 = u - u_D$ das homogene Dirichletproblem mit rechter Seite $F(v) - \langle u_D; v \rangle$. Verwenden Sie jetzt aber für u_D die Hutfunktion, welche die Dirichletrandbedingungen erfüllt und an den restlichen Knoten verschwindet.
2. Schreiben Sie eine Funktion `testfem1D`, die einen uniformen Algorithmus für das inhomogene Dirichletproblem realisiert. Berechnen Sie auch in jedem Schleifendurchgang den H^1 -Fehler (wie in Übung 4 bzw. `hh2fem1D.m`). Plotten Sie den H^1 -Fehler über die Anzahl der Freiheitsgrade. Verwenden Sie zum Testen $u(x) = e^{\lambda x}$.

Aufgabe 2. Betrachten Sie das gemischte Problem

$$\begin{aligned} -u'' + u' + u &= f \quad \text{auf } (a, b) \\ u(a) &= A, u'(b) = B. \end{aligned} \tag{2}$$

1. Verwenden Sie als Testraum $H_D^1 = \{v \in H^1(a, b) \mid v(a) = 0\}$. Wie lautet die schwache Formulierung von (2)?
2. Schreiben Sie eine Funktion `mixed1D.m`, welche die FE-Lösung zu (2) berechnet. Gehen Sie vor wie in Aufgabe 1: Mit $u_D(x) = A$ löst $u_0 = u - u_D$ die schwache Formulierung mit modifiziertem Lastvektor.
3. Schreiben Sie eine Funktion `testmixed1D.m`, die einen uniformen Algorithmus für das gemischte Problem realisiert. Berechnen Sie auch in jedem Schleifendurchgang den H^1 -Fehler (wie in Übung 4 bzw. `hh2fem1D.m`). Plotten Sie den H^1 -Fehler über die Anzahl der Freiheitsgrade. Verwenden Sie zum Testen $u(x) = e^{\lambda x}$.