

Übungen zur Vorlesung Computermathematik

Serie 1

Aufgabe 1.1. MATLAB stellt Ihnen eine umfangreiche Bibliothek mit zahlreichen nützlichen Funktionen zur Verfügung. Zu jeder Funktion erhalten Sie mit `help funktionsname` bzw. `doc funktionsname` eine ausführliche Beschreibung. Klären Sie die Verwendung von `reshape`, `find` und `sum`. Was sind die möglichen Parameter? Was sind die möglichen Rückgabewerte? Überlegen Sie sich einfache Beispiele, anhand derer Sie die Funktionen illustrativ erklären können, und halten Sie diese in einem einfachen Skript fest.

Aufgabe 1.2. Gegeben seien die Matrizen $A \in \mathbb{R}^{m_A \times n_A}$ und $B \in \mathbb{R}^{m_B \times n_B}$. Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, das eine Blockdiagonalmatrix C der folgenden Gestalt erstellt.

$$C = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$$

Die 0-Einträge sind hierbei 0-Matrizen mit geeigneter Dimension. Vermeiden Sie Schleifen, und verwenden Sie geeignete Matrix/Vektor-Funktionen und Indizierung an deren Stelle.

Aufgabe 1.3. Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, das den Erwartungswert und die Verteilungsfunktion der Funktion `rand()` berechnet. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor. Generieren Sie mit Hilfe der Funktion `rand()` einen Vektor von Zufallszahlen $x \in (0, 1)^N$ und berechnen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$. Zur Berechnung der Verteilungsfunktion betrachtet man die zehn Teilintervalle $[0, 0.1], [0, 0.2], \dots, [0, 1]$ und bestimmt jeweils die Anzahl $A_a := \#\{x_i : x_i \in [0, a]\}$ wobei $a \in \{0.1, \dots, 1\}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass für eine Zufallszahl $y \leq a$ gilt, ist somit A_a/N . Bestimmen Sie anschließend die Wahrscheinlichkeiten für $y \leq a$ für alle $a \in \{0.1, \dots, 1\}$.

Wie sollte N gewählt um eine möglichst zuverlässige Schätzung des Erwartungswerts zu erhalten? Welche Rückschlüsse ziehen Sie auf die Verteilung von `rand()`? Vermeiden Sie Schleifen, und verwenden Sie geeignete Matrix/Vektor-Funktionen an deren Stelle.

Aufgabe 1.4. Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, das für einen Vektor $x \in \mathbb{R}^n$ das Maximum $x_{\max} := \max_{1 \leq i \leq n} x_i$ bestimmt. Anschließend soll jeder Eintrag x_i mit $|x_i| \geq x_{\max}$ durch $\text{sign}(x_i)x_{\max}$ ersetzt werden. Vermeiden Sie Schleifen, und verwenden Sie geeignete Matrix/Vektor-Funktionen und Indizierung an deren Stelle.

Aufgabe 1.5. Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, das für einen Vektor $x \in \mathbb{R}^N$ und $n \leq N$ den gekürzten Vektor y ausgibt, wobei alle Einträge $x_j \leq x_{j-n}$ mit $j - n > 0$ aus x gestrichen werden. Für $j - n \leq 0$ soll zyklisch mit x_{N-n+j} verglichen werden. Beispielsweise soll $x = (1, 6, 5, -7, 3, 2) \in \mathbb{R}^6$ für $n = 3$ den Vektor $y = (1, 6, 5) \in \mathbb{R}^3$ liefern. Vermeiden Sie Schleifen, und verwenden Sie geeignete Matrix/Vektor-Funktionen an deren Stelle.

Aufgabe 1.6. Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, das für eine ungerade Dimension $n \geq 5$ und drei Ziffern $m \in \{0, \dots, 9\}$ Ihrer Wahl Matrizen $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit Besetzungsstruktur der Zahl m entsprechenden digitalen Ziffer erstellt und ausgibt. Für $n = 5$ und $m = 0, 1, 2$ sehen die Matrizen also wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & & & & 1 \\ 1 & & & 1 & \\ 1 & & & 1 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ 1 & & & & \\ 1 & & & & \\ 1 & & & & \\ 1 & & & & \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & & & & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & & & & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

wobei die Zwischenräume mit 0-en gefüllt sind. Vermeiden Sie Schleifen, und verwenden Sie geeignete Matrix/Vektor-Funktionen und Indizierung an deren Stelle.

