

PRAKTISCHE MATHEMATIK I FÜR TPH

2. Test am 6. November 2007

Gruppe weiss (*mit Lösung*)

↑ Name	↑ Vorname	↑ Kennz. / MatrNr.	Punkte (max. 6)

Ein punktförmiger Eurofighter bewegt sich entlang der Bahnkurve ¹

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 8t \\ 2 - 12t \\ 8t^2 \end{pmatrix} \quad (t = \text{Zeit}).$$

- a) Zu welchem Zeitpunkt t bewegt sich das Flugzeug genau in waagrechter Richtung? Wie schnell bewegt es sich in diesem Moment?
- b) Man gebe eine Gleichung für diejenige Ebene E durch den Punkt $\mathbf{r}(0)$ an, die das Flugzeug an dieser Stelle genau in Normalenrichtung durchquert. An welcher Stelle schneidet E die z -Achse?
- c) Man gebe einen Vektor \mathbf{v} an der sowohl auf $\dot{\mathbf{r}}(0)$ als auch auf $\ddot{\mathbf{r}}(0)$ orthogonal steht.

LÖSUNG

- a) Geschwindigkeitsvektor $\dot{\mathbf{r}}(t)$ ist genau waagrecht an $t = 0$:

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -12 \\ 16t \end{pmatrix}, \quad |\dot{\mathbf{r}}(0)| = \sqrt{8^2 + 12^2 + 0} = 4\sqrt{13}.$$

- b) $\mathbf{r}(0) = (1, 2, 0)$; Normalvektor $\mathbf{n} = \dot{\mathbf{r}}(0) = (-8, -12, 0) \Rightarrow$ Gleichung für E :

$$\begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 2 \\ z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ -12 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow -8x - 12y + 32 = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y = 8$$

... hat keinen Schnittpunkt mit der z -Achse ($x = y = 0$ ist keine Lösung von $2x + 3y = 8$).

- c) Lösung mittels des äußeren Produktes $\dot{\mathbf{r}}(0) \times \ddot{\mathbf{r}}(0)$ (mit $\dot{\mathbf{r}}(0) = (-8, -12, 0)$, $\ddot{\mathbf{r}}(0) = (0, 0, 16)$);

$$\dot{\mathbf{r}}(0) \times \ddot{\mathbf{r}}(0) \text{ zeigt in die gleiche Richtung wie } \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

... \mathbf{v} steht orthogonal auf $\dot{\mathbf{r}}(0)$ und $\ddot{\mathbf{r}}(0)$.

Bewertung: eher leicht.

¹Orts- und Zeiteinheit sind irrelevant; es geht nur um die numerisch korrekte Rechnung.