Institut für Analysis und Scientific Computing
W. Auzinger WS 2007/08

PRAKTISCHE MATHEMATIK I FÜR TPH

5. Test (16. Januar 2008)

Gruppe grün *(mit Lösung)*

—— *kein Taschenrechner, keine Unterlagen* ——

↑ **FAMILIENNAME**	↑ **Vorname**	↑ **Studium / MatrNr**	*Punkte (max. 6)*

a) Man gebe eine Partikulärlösung $y = y_p(t)$ der inhomogenen Schwingungsgleichung mit exponentiell aufklingender Erregung an:

$$\ddot{y} + \omega^2 y \;=\; e^{\,t} \qquad (\,\omega > 0\,)\,.$$

b) Für beliebig vorgegebene Anfangswerte $y(0)$ und $\dot{y}(0)$ könnte man erwarten, dass *jede* Lösung der inhomogenen DGL für $t \to \infty$ über alle Schranken wächst. Ist das tatsächlich richtig oder nicht? (Man formuliere eine kurze Begründung.)

Hinweis: Für die gesuchte Partikulärlösung verwende man den Ansatz $y_p(t) = a\,e^{\,b\,t}$.

LÖSUNG

a) Ansatz $y = a\,e^{\,b\,t} \quad \Rightarrow$

$$\ddot{y} + \omega^2 y \;=\; a(b^2 + \omega^2)\,e^{\,b\,t} \;\equiv\; e^t$$

... erzwingt $a(b^2+\omega^2) = 1$ und $b = 1$, also

$$y_p(t) \;=\; \frac{e^t}{1+\omega^2} \;\to\; \infty \quad \text{für} \quad t \to \infty\,.$$

b) Jede Lösung der inhomogenen Gleichung hat die Gestalt

$$y(t) \;=\; \underbrace{C_1\cos(\omega t) + C_2\sin(\omega t)}_{=:\;y_h(t)} + y_p(t)\,, \qquad y_p(t) \;\; \text{aus a)},$$

wobei C_1 und C_2 durch die Anfangsbedingungen festgelegt sind, mit $|y_h(t)| \le C_1 + C_2$ für alle $t > 0$. Aufgrund von a) gilt tatsächlich immer

$$\lim_{t\to\infty} y(t) \;=\; \infty\,.$$

Bewertung: eher leicht.