

PRAKTISCHE MATHEMATIK I FÜR TPH

4. Test am 9. Dezember 2008

Gruppe gelb - *kein Taschenrechner, keine Unterlagen* -

↑ Name	↑ Vorname	↑ Kennz. / MatrNr.	Punkte (max. 6)

Berechnen Sie das Volumsintegral

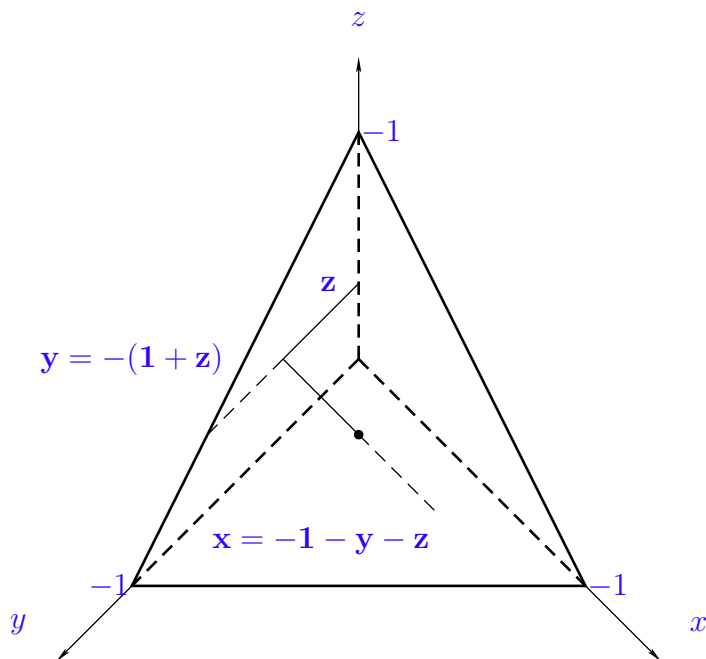
$$\int_K dV$$

wobei K der durch die Ungleichungen $x, y, z \leq 0$ und $x + y + z \geq -1$ bestimmte Körper ist. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

1. Fertigen Sie eine Skizze des Integrationsbereiches an.
2. Geben Sie Ungleichungen für die Grenzen Ihrer Integrationsvariablen an.
3. Berechnen Sie das Integral.

LÖSUNG

1.



2. Gemäß obiger Skizze kann man ablesen, dass für z gilt:

$$-1 \leq z \leq 0$$

Bei fest gewähltem z kann für y nur noch

$$-1 - z \leq y \leq 0$$

gelten. Sind z - und y -Komponente fixiert so ergibt sich für die x -Komponente der Bereich

$$-1 - z - y \leq x \leq 0$$

3. Nach 2. sieht das Integral wie folgt aus:

$$\begin{aligned} \int_K dV &= \int_{-1}^0 \int_{-1-z}^0 \int_{-1-y-z}^0 dx dy dz \\ &= \int_{-1}^0 \int_{-1-z}^0 (1 + y + z) dy dz \\ &= - \int_{-1}^0 \left((-1 - z) + \frac{(-1 - z)^2}{2} + (-1 - z)z \right) dz \\ &= \int_{-1}^0 \left(1 + 2z + z^2 - \frac{(1 + z)^2}{2} \right) dz \\ &= \int_{-1}^0 \frac{(1 + z)^2}{2} dz = \frac{1}{6} \end{aligned}$$