

# PRAKTISCHE MATHEMATIK I FÜR TPH

4. Test am 9. Dezember 2008

Gruppe gelb - *kein Taschenrechner, keine Unterlagen* -

↑ <b>Name</b>	↑ <b>Vorname</b>	↑ <b>Kennz. / MatrNr.</b>	Punkte (max. 6)

Berechnen Sie das Volumsintegral

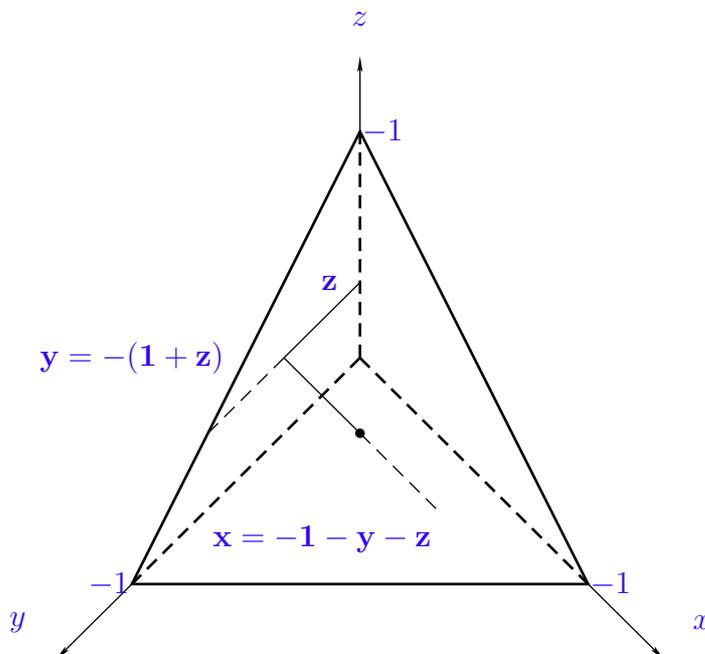
$$\int_K dV$$

wobei  $K$  der durch die Ungleichungen  $x, y, z \leq 0$  und  $x + y + z \geq -1$  bestimmte Körper ist. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

1. Fertigen Sie eine Skizze des Integrationsbereiches an.
2. Geben Sie Ungleichungen für die Grenzen Ihrer Integrationsvariablen an.
3. Berechnen Sie das Integral.

## LÖSUNG

1.



2. Gemäß obiger Skizze kann man ablesen, dass für  $z$  gilt:

$$-1 \leq z \leq 0$$

Bei fest gewähltem  $z$  kann für  $y$  nur noch

$$-1 - z \leq y \leq 0$$

gelten. Sind  $z$ - und  $y$ -Komponente fixiert so ergibt sich für die  $x$ -Komponente der Bereich

$$-1 - z - y \leq x \leq 0$$

3. Nach 2. sieht das Integral wie folgt aus:

$$\begin{aligned} \int_K dV &= \int_{-1}^0 \int_{-1-z}^0 \int_{-1-y-z}^0 dx dy dz \\ &= \int_{-1}^0 \int_{-1-z}^0 (1 + y + z) dy dz \\ &= - \int_{-1}^0 \left( (-1 - z) + \frac{(-1 - z)^2}{2} + (-1 - z)z \right) dz \\ &= \int_{-1}^0 \left( 1 + 2z + z^2 - \frac{(1 + z)^2}{2} \right) dz \\ &= \int_{-1}^0 \frac{(1 + z)^2}{2} dz = \frac{1}{6} \end{aligned}$$