

PRAKTISCHE MATHEMATIK I FÜR TPH

Nachtest (14. März 2014)

Gruppe weiß

↑ FAMILIENNAME	↑ Vorname	↑ Studium / MatrNr

— — *kein Taschenrechner; Unterlagen: eigenes Skriptum gestattet* — —

(1)	(2)	(3)
Σ (max. 30)		

Aufgabe 1.

Es soll getestet werden, ob das Roulettespiel “fair” ist. An einem Abend im Casino wird die Kugel 500 Mal geworfen und dabei wird das Auftreten der Zahl “13” gezählt.

a) Wie lautet die Nullhypothese?

Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung an, die das Auftreten einer Zahl beschreibt, falls man annimmt, dass die Nullhypothese korrekt ist! Skizzieren Sie diese Wahrscheinlichkeitsverteilung! Wie oft erwartet man, dass die Zahl “13” geworfen wird?

b) Führen Sie den Test auf einem Signifikanzniveau von 0.01 unter der Verwendung des Satzes von de Moivre/Laplace durch! Wie lauten die untere Grenze und die obere Grenze für das Auftreten der Zahl “13”, bis zu der das Roulette noch als fair angenommen werden kann?

Hinweise:

1. Beim Roulettespiel gibt es 37 verschiedene Zahlen, die geworfen werden können.

2. Untenstehend ist eine Wertetabelle für die Standardnormalverteilung angegeben.

Dabei ist in den Spalten die zweite Nachkommastelle von z aufgetragen, für die in den Zeilen der Platzhalter * steht.

3. Es gilt $\sqrt{500 \cdot \frac{36}{37^2}} \approx 3.6$.

Aufgabe 2.

- a) Berechnen Sie die Lösung folgender gewöhnlicher Differentialgleichung und stellen Sie die Lösungsfunktion in der Form $y(x)$ dar.

$$y'(x) = x \sqrt{\frac{1+x^2}{1+2y}}$$

- b) Wie lautet die Lösung des folgenden Randwertproblems?

$$u''(t) + 2u'(t) - 8u(t) = 8, \quad u(0) = u'(2) = 0$$

Aufgabe 3.

Gegeben sei das Feld

$$\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} 3x^2y^2 + y \sin x \\ 2x^3y - \cos x \end{pmatrix}.$$

- a) Machen Sie sich die Tatsache, dass \mathbf{F} ein Gradientenfeld ist, durch Überprüfen der Integrabilitätsbedingung plausibel.
- b) Gegeben sind Punkte $P_1 = (0, 0)$, $P_2 = (1, 1)$, $P_3 = (3, -1)$, $P_4 = (4, 0)$. Durch Zusammenfügen der geradlinigen Strecken $\overrightarrow{P_4P_3}$, $\overrightarrow{P_3P_2}$, $\overrightarrow{P_2P_1}$ entsteht eine Kurve C von P_4 nach P_1 (*Skizze!*).

i) Geben Sie eine Parametrisierung der Kurve C an.

ii) Berechnen Sie das Kurvenintegral von \mathbf{F} entlang C .

- c) Gegeben sei das Feld

$$\tilde{\mathbf{F}}(x, y) = \begin{pmatrix} xy^2/2 \\ x^2y/2 \end{pmatrix}.$$

Nehmen Sie als bekannt an, dass $\tilde{\mathbf{F}}$ ein Gradientenfeld ist. Gegeben sei eine Kurve \tilde{C} mit der Parametrisierung

$$\tilde{\mathbf{r}}(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ 2 \sin t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, \pi].$$

Berechnen Sie $\tilde{\mathbf{r}}(0)$ und $\tilde{\mathbf{r}}(\pi)$ und geben Sie den Wert des Kurvenintegrals von $\tilde{\mathbf{F}}$ entlang dieser Kurve \tilde{C} an!

Geben sie alle Zwischenrechnungen und Begründungen an!