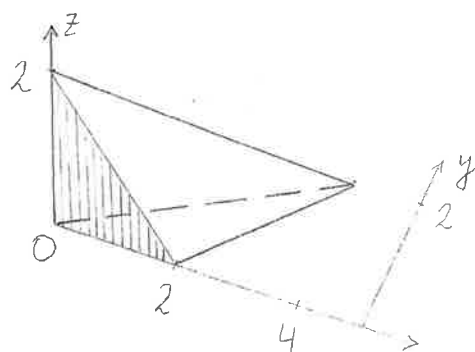


4.6

- Aufgabe 4.6: Man skizziere die durch die Ebenen $y=0$, $z=0$, $2y-x=0$ und $x-y+z=2$ begrenzte Pyramide, berechne ihr Volumen durch Integration und zeige, dass $V = \frac{4}{3}$ Gh ist.



Grundfläche G in der xz -Ebene:

$$G = 2$$

$$\text{Höhe } h = 2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{4}{3}$$

Gerade durch $(0,0,0)$ und $(4,2,0)$:

$$x = 2y$$

Gerade durch $(2,0,0)$ und $(4,2,0)$: $x = 2 + y$

Grundfläche : $0 \leq y \leq 2$ und $2y \leq x \leq 2+y$

Für die z -Koordinate gilt $0 \leq z \leq 2-x+y$

$$V = \int_0^2 \int_{2y}^{2+y} \int_0^{2-x+y} dz dx dy =$$

$$= \int_0^2 \int_{2y}^{2+y} (2-x+y) dx dy = \int_0^2 \left(2x - \frac{1}{2}x^2 + xy \right) \Big|_{2y}^{2+y} dy =$$

$$= \int_0^2 \left(2 - 2y + \frac{1}{2}y^2 \right) dy = 2y - y^2 + \frac{1}{6}y^3 \Big|_0^2 = 4 - 4 + \frac{8}{6} = \underline{\underline{\frac{4}{3}}}$$