

---

**Pflichtbeispiel:** Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{d}{dx}y(x) - \tan(5x - 9) = 0.$$

---

1. Ein Kreiszylinder ist gegeben mit  $Z = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2\}$ . Der Zylinder bohrt aus der Kugel  $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4R^2\}$  einen Körper  $K = Z \cap B$  aus. Berechnen Sie das Volumen von  $K$ .

2. Gegeben sei eine Vollkugel  $K$  um den Punkt  $M = (0, 0, 0)^T$  mit dem Radius  $R = 3$ . Berechnen Sie das folgende Integral.

$$I = \int_K (x^2 + y^2 + z^2)^4 dx dy dz$$

3. Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'(t) + y(t) = \sin(t).$$

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

4. Bestimmen Sie die homogene Lösung, eine partikuläre Lösung und die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt}x(t) + \frac{x(t)}{t} = e^t.$$

5. Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y'(x) = -\frac{y}{x}.$$

Skizzieren Sie das passende Richtungsfeld und bestimmen Sie die allgemeine Lösung der gegebenen Differentialgleichung.

6. Gegeben ist die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y' = t(1 + y).$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung  $y(t)$ .

7. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt}x(t) = -2x(t) \sin(t)$$

Bestimmen Sie die Lösung  $x(t)$  der Differentialgleichung und die Lösung des Anfangswertproblems  $x(0) = 2$ .

8. Geben Sie die Lösung  $x(t)$  der folgenden Differentialgleichung an.

$$\frac{d}{dt}x(t) = -\frac{e^{2t}}{\sin(x(t))}$$

## Lösungen

1.  $V_K = 2\pi \left( \frac{16}{3} - 2\sqrt{3} \right) R^3$

2.  $I = \frac{708588}{11} \pi$

3.  $y(t) = c e^{-t} + \frac{\sin(t)}{2} - \frac{\cos(t)}{2}$

4.  $x(t) = \frac{(t-1)e^t + c}{t}$

5.  $y(x) = \frac{c}{x}$

6.  $y(t) = c e^{\frac{t^2}{2}} - 1$

7.  $x(t) = \frac{2}{e^2} e^{2 \cos(t)}$

8.  $x(t) = \arccos\left(\frac{e^{2t}}{2} + c\right)$