

Geometrie für Informatik

Übungsblatt 8

Aufgabe 1 Gegeben sei eine Rotationsfläche

$$\mathbf{x}(u, v) = (f(v) \cos(u), f(v) \sin(u), g(v))$$

mit $0 < u < 2\pi$, $-\infty \leq v \leq \infty$ und $f(v) > 0$.

- (a) Bestimmen Sie die Koeffizienten E, F, G der ersten Fundamentalform.
- (b) Betrachte nun das Katenoid mit

$$f(v) = a \cosh(v), \quad g(v) = av$$

und das Helikoid

$$\bar{\mathbf{x}}(\bar{u}, \bar{v}) = (\bar{v} \cos(\bar{u}), \bar{v} \sin(\bar{u}), a\bar{u}).$$

Zeigen Sie, dass durch

$$\bar{u} = u, \quad \bar{v} = a \sinh v$$

ein zulässiger Parameterwechsel definiert wird und dass die Abbildung $\mathbf{x}(u, v) \mapsto \bar{\mathbf{x}}(u, v)$ isometrisch ist. Visualisieren Sie diese Fläche.

Aufgabe 2 Gegeben ist ein Kreiszyylinder vom Radius $r_z = 0.5$. Die Achse des Zylinders ist die z-Achse des Koordinatensystems.

- (a) Wie lauten Gleichung und eine Parametrisierung dieses Zylinders?

Weiters betrachten wir eine Kugel vom Radius $r_k = 1$ mit Mittelpunkt $m = (-0.5, 0, 0)$.

- (b) Wie lauten Gleichung und eine Parametrisierung (Rotationsfläche) dieser Kugel.