

## Übungsblatt 9 für “Analyse von Algorithmen”

- 41.) Mittlere Anzahl interner Knoten in Tries: In der Vorlesung haben wir folgenden Ausdruck hergeleitet:

$$G_n = \sum_{k=2}^n \binom{n}{k} (-1)^k \frac{k-1}{1-2^{1-k}}.$$

Man bestätige nun durch Anwenden der Rice’schen Methode ( $\Rightarrow$  “Einsammeln der Residuen”) die asymptotische Formel

$$G_n = \frac{n}{\log 2} + n \hat{\delta}(\log_2 n) + \mathcal{O}(1),$$

wobei  $\hat{\delta}(x)$  eine periodische Funktion mit Periode 1 ist.

- 42.) Zum Algorithmus „Stabile Ehen“: Es sei folgende Herren- und Damenmatrix gegeben:

$A:$	$e$	$d$	$c$	$b$	$a$	$a:$	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
$B:$	$a$	$e$	$d$	$c$	$b$	$b:$	$B$	$C$	$D$	$E$	$A$
$C:$	$b$	$a$	$e$	$d$	$c$	$c:$	$C$	$D$	$E$	$A$	$B$
$D:$	$c$	$b$	$a$	$e$	$d$	$d:$	$D$	$E$	$A$	$B$	$C$
$E:$	$d$	$c$	$b$	$a$	$e$	$e:$	$E$	$A$	$B$	$C$	$D$

Finden Sie alle stabilen Ehen.

- 43.) Zeigen Sie, daß eine obere Schranke für die Zahl der gestellten Anträge gegeben ist durch  $n(n-1)+1$  ( $n \dots$  Anzahl der Herren = Anzahl der Damen). Geben Sie ein konkretes Beispiel mit 5 Herren und 5 Damen, wo diese obere Schranke von Anträgen angenommen wird, also  $5 \cdot 4 + 1 = 21$  Anträge gestellt werden.

- 44.) Jeder Herr habe die gleiche Präferenzliste von Damen, die Präferenzlisten der Damen sind unerheblich.  
Zeigen Sie, daß die Lösung für eine stabile Ehe eindeutig ist und bestimmen Sie die Anzahl der gestellten Anträge.

- 45.) Zum Algorithmus „Stabile Ehen“: Es sei folgende Damenmatrix gegeben:

$a:$	$A$	$B$	$C$
$b:$	$B$	$C$	$A$
$c:$	$C$	$A$	$B$

Ermitteln Sie die Verteilung für die Anzahl der gestellten Anträge an die Damen (alle 216 Matrizen für die Herren sind gleichwahrscheinlich). Wie hoch ist die mittlere Anzahl der Anträge in diesem Beispiel?

**Hinweis:** 48 Herrenmatrizen stellen das Minimum von 3 Anträgen, 6 Herrenmatrizen stellen das Maximum von 7 Anträgen. Die restlichen Werte finde man z. B. durch Implementierung des vorgestellten Algorithmus oder durch Analyse der “Gestalt” der Matrizen in diesen Fällen.