Übungsbeispiele Risiko- und Ruintheorie

Friedrich Hubalek Piet Porkert

15. Januar 2014

13. Übung

1. Verifizieren Sie durch direkte Rechnung, dass die explizite Formel für ψ bei exponentialverteilten Schäden die Doppelintegralgleichung erfüllt.

2. Das weit verbreitete Risikomaß Value-at-Risk ist durch

$$\mathrm{VaR}_\alpha(X) = -\inf\{x \in \mathbb{R} : \mathbb{P}[X \leq x] > \alpha\}$$

definiert, wobei $0 < \alpha < 1$ ein vorgegebnes Niveau ist. Berechnen Sie $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$ für $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit Parametern $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$.

3. Das Risikomaß *Expected Shortfall* ist durch

$$\mathrm{ES}_\alpha(X) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \mathrm{VaR}_z(X) dz$$

definiert, wobei $0 < \alpha < 1$ wieder ein vorgegebnes Niveau ist. Berechnen Sie $\mathrm{ES}_\alpha(X)$ für $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit Parametern $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$.

4. Das Risikomaß *Tail Conditional Expectation* ist durch

$$\mathrm{TCE}_\alpha(X) = -\mathbb{E}[X | X \leq -\mathrm{VaR}_\alpha(X)]$$

definiert, wobei $0 < \alpha < 1$ ein vorgegebnes Niveau ist.

   a) Zeigen Sie: Hat X eine stetige Verteilung, ist $\mathrm{TCE}_\alpha(X) = \mathrm{ES}_\alpha(X)$.

   b) Finden Sie eine Zufallsvariable Y und ein $\alpha \in (0, 1)$, sodass $\mathrm{TCE}_\alpha(Y) \neq \mathrm{ES}_\alpha(Y)$.