

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Lebensversicherungsmathematik
(Vorlesungsprüfung)
14. Jänner 2015
MUSTERPRÜFUNG

Dauer: 90 Minuten

Unterlagen: ein doppelseitig handbeschriebener A4-Zettel sowie ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner sind erlaubt.

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im FAM-Office,
Sandra Trenovatz, Tel. 01-58801-10511,
e-mail: fam@fam.tuwien.ac.at

Bsp.	Max.	Punkte
1	4	
2	4	
3	4	
4	4	
Σ	16	

Schriftlich:

AssistentIn:

Mündlich:

Gesamtnote:

1. (a) Berechnen Sie den Barwert einer vorschüssigen ewigen Rente von 100 € monatlich, bei einer jährlichen effektiven Zinsrate von 5%. (1 Punkt)
 - (b) In zwei Jahren erhalten Sie die erste von drei jährlichen Zahlungen von 20.000 €. Sie planen in sechs Jahren in Pension zu gehen. Welche Summe steht Ihnen bei einer Rendite von 6% bei Pensionsantritt zur Verfügung? (1 Punkt)
 - (c) Eine Schuld von 400.000 € wird bei einem Zinssatz von 6% durch 25 konstante Zahlungen am Jahresende getilgt. Wie hoch ist die Restschuld nach 10 Jahren? (1 Punkt)
 - (d) Eine Schuld von 1.000.000 € wird bei einem Zinssatz von 7% durch 10 Zahlungen am Jahresende getilgt. Die ersten 9 Zahlungen sind $r_1 = r_2 = \dots = r_9 = 70.000$ €. Wie hoch ist die letzte? (1 Punkt)
2. (a) Eine 45-jährige Person schließt eine Ablebensversicherung ab. Die ersten 5 Jahre wird eine gleichbleibende Prämie P bezahlt, ab dann eine Prämie von $0,75P$. Im Falle des Todes in den ersten 10 Jahren werden 90.000 € ausbezahlt, danach 45.000 €. Die zusätzlichen Kosten belaufen sich auf 25% der ersten Prämie im ersten Jahr und 3% der Prämie danach. Stellen Sie mithilfe aktuarieller Notation eine Gleichung für P auf. (2 Punkte)
 - (b) Eine 40-jährige Person schließt eine gemischte Versicherung über 20 Jahre auf die Summe von 250.000 € ab. Geben Sie mittels aktuarieller Notation eine Formel für die Standardabweichung des erwarteten Verlustes zum Zeitpunkt 0 an. (2 Punkte)
3. (a) Eine 50-jährige Person schließt eine gemischte Versicherung über 10 Jahre ab. Die Versicherungssumme beträgt 30.000 € bei Tod und 10.000 € bei Überleben. Die Prämien werden nachschüssig bezahlt, die Versicherungssumme wird jeweils am Ende des Jahres ausbezahlt. Geben Sie mittels aktuarieller Notation einen Ausdruck für die Reserve, unmittelbar bevor die 4. Prämie fällig ist, an. (2 Punkte)
 - (b) Bestimmen Sie für eine Ablebensversicherung auf die Summe von 100.000 € die Randwerte

$${}_0V \text{ und } \lim_{t \nearrow \omega} {}_tV$$

der thieleschen Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt} {}_tV = \delta_t {}_tV + P_t - (S_t - {}_tV)\mu_{x+t}, \quad t \geq 0.$$

(2 Punkte)

4. (a) i. Gegeben sei ${}_tp_x = \left(\frac{1+x}{1+x+t} \right)^3$, $t \geq 0$. Berechnen Sie die Lebenserwartung einer 41-jährigen Person. (1 Punkt)
- ii. Berechnen Sie mithilfe der beigefügten Tabelle ${}_5q_{30}$. (1 Punkt)

x	l_x	d_x
30	10.000,002	34,78
31	9.965,22	38,10
32	9.927,12	41,76
33	9.885,35	45,81
34	9.839,55	50,26
35	9.789,29	55,17
36	9.734,12	60,56
37	9.673,56	66,49
38	9.607,07	72,99
39	9.534,08	80,11

iii. Angenommen die Sterbeintensität μ und die Zinsintensität δ seien konstant. Berechnen Sie die Varianz $\mathbb{V}(v^T)$ in Abhängigkeit von μ und δ .

iv. Zeigen Sie

$$(I^{(q)}\ddot{a})_{\infty|}^{(m)} = \frac{1}{d^{(m)}} \frac{1}{d^{(q)}}.$$

(1 Punkt)

Notenschlüssel:

15 – 16 Punkte	sehr gut
13 – 14 Punkte	gut
11 – 12 Punkte	befriedigend
7 – 10 Punkte	genügend