ÜBUNGSBLATT 11

50) Eine Folge von Testfunktionen (φ_n, H_0, H_1) zum Niveau α heißt *konsistent*, wenn für die Gütefunktion $\beta_n(\theta)$ von φ_n

$$\beta_n(\theta) \to 1 \qquad \text{für } n \to \infty$$

für alle $\theta \in \Theta_1$ gilt. Man zeige, daß die Folge der UMP-Tests φ_n für n normalverteilte Beobachtungen $X_i \sim N(\theta, \sigma_0^2)$ mit bekannter Varianz σ_0^2 für folgende Hypothesen konsistent ist.

- **a)** $H_0 : \theta \leq \theta_0$ gegen $H_1 : \theta > \theta_0$.
- **b)** $H_0 : \theta = \theta_0$ gegen $H_1 : \theta \neq \theta_0$.

51) Für die Wahrscheinlichkeit p der Alternativ-verteilten Beobachtungen aus Beispiel 49) sei die a-priori Verteilung eine stetige Gleichverteilung $p \sim U_{0,1}$. Man entwickle einen Bayes-Test für $H_0 : p \leq \theta_0$ gegen $H_1 : p > \theta_0$. (Verlust $K_0 = K_1 = 1$.)

52) Mit dem beidseitigen Test (Beispiel 4.3 der Vorlesung) für stetig gleichverteilte Beobachtungen $X_i \sim U_{(0,\theta)}$ gebe man ein Konfidenzintervall mit ÜDW κ für θ an. Ist dieses Konfidenzintervall gleichmäßig trennscharf?

53) $X_1, \ldots, X_n$ sind unabhängige Lebensdauerwerte, die Weibull-verteilt mit der Dichte

$$f(x) = 2\,\frac{x}{\theta^2} \exp(-(\frac{x}{\theta})^2) \qquad \text{für} \qquad x > 0.$$

- **a)** Man konstruiere eine Pivot-Größe für θ.
- **b)** Es soll je ein 95% Konfidenzintervall für θ und für die Zuverlässigkeitsfunktion $\tau = P_\theta[X > t]$ (bei festem t) angegeben werden.

54) Man zeige, daß jeder Bayes-Test für einfache parametrische Hypothesen $H_0 : \theta = \theta_0$ gegen $H_1 : \theta = \theta_1$ auch ein UMP-Test für diese Hypothesen (zu einem gewissen Niveau) ist.