

1. Übung Höhere Wahrscheinlichkeitstheorie

1. Bestimmen Sie ein linksinvariantes Maß auf der Gruppe der regulären $n \times n$ -Matrizen mit der üblichen Topologie.
2. Bestimmen Sie ein linksinvariantes Maß auf der Gruppe der Matrizen der Form

$$\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mit $x > 0, y \in \mathbb{R}$.

3. Bestimmen Sie ein rechtsinvariantes Maß auf der Gruppe der Matrizen der Form

$$\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mit $x > 0, y \in \mathbb{R}$.

4. X sei ein Hausdorffraum (also ein topologischer Raum, in dem es zu zwei beliebigen Punkten disjunkte offene Umgebungen gibt). Zeigen Sie, dass das Zählmaß auf \mathfrak{B} genau dann lokalendlich ist, wenn X diskret ist (d.h. $\mathfrak{O} = \mathfrak{P}(X)$).

5. Mit den Voraussetzungen des vorigen Beispiels: wann ist das Zählmaß von innen bzw. von außen regulär?

6. Zeigen Sie, dass in der Topologie mit der Basis

$$\{[a, b), a, b \in \mathbb{R}, a < b\}$$

jede kompakte Menge höchstens s abzählbar ist.

7. $(\mu_i, i \in I)$ sei eine Familie von innen regulärer Maße auf (X, \mathfrak{B}) . Dann ist auch

$$\mu = \sum_{i \in I} \mu_i$$

von innen regulär.