

II TEIL

- ① BESTIMMEN SIE EINE KONJUNKTIVE UND EINE DISJUNKTIVE NORMALFORM FÜR FOLGENDE FORMELN

(a) $((X \supset Y) \supset (Z \supset X)) \supset X$

(b) $\neg(X \supset Y) \supset (\neg Y \vee (Z \supset X)) \wedge Z$

(c) $X \wedge (Y \vee \neg Z) \vee Z \wedge (\neg Y \vee X)$

- ② WELCHE DER BEGRIFFE GÜLTIG / ERFÜLLBAR / NICHT GÜLTIG / UNERFÜLLBAR TREFFEN AUF NACHFOLGENDE FORMELN ZU?

(a) $(X \supset Y) \supset ((X \supset Z) \wedge Z)$

(b) $(X \supset Y) \supset ((X \supset Z) \vee X)$

(c) $(X \vee \neg X) \supset (\neg(X \vee \neg X) \wedge (X \vee Y \vee Z))$ (BEGRÜNDUNG!)

- ③ WELCHE DER NACHFOLGENDEN HORNFORMELN SIND ERFÜLLBAR?

(a) $(X_1 \Rightarrow X_2) \wedge (1 \Rightarrow X_4) \wedge (X_4 \wedge X_2 \Rightarrow X_5) \wedge (1 \Rightarrow X_1) \wedge$
 $(X_1 \wedge X_2 \wedge X_3 \Rightarrow X_6) \wedge (X_6 \Rightarrow X_7) \wedge (X_5 \wedge X_6 \Rightarrow 0) \wedge (1 \Rightarrow X_3)$

(b) $(X_1 \Rightarrow X_2) \wedge (1 \Rightarrow X_4) \wedge (X_4 \wedge X_2 \Rightarrow X_5) \wedge (1 \Rightarrow X_1) \wedge$
 $(X_1 \wedge X_2 \wedge X_3 \Rightarrow X_6) \wedge (X_6 \Rightarrow X_7) \wedge (X_5 \wedge X_6 \Rightarrow 0) \wedge (1 \Rightarrow X_7)$

- ④ WELCHE DER BEGRIFFE GÜLTIG / ERFÜLLBAR / NICHT GÜLTIG / UNERFÜLLBAR TREFFEN AUF NACHFOLGENDE FORMELN ZU?

(a) $(\forall x)(\exists y)(A(x) \wedge \neg A(y)) \wedge (\forall z)(A(z) \vee \neg A(z))$

(b) $(\forall x)(\exists y)P(x,y) \supset (\exists y)(\forall x)P(x,y)$

(c) $(\exists y)(\forall x)P(x,y) \supset (\forall x)(\exists y)P(x,y)$ (BEGRÜNDUNG!)

- ⑤ GEBEN SIE EINE HERBRAND DISJUNKTION FÜR FOLGENDE FORMEL AN

$$(\exists x)(P(f(f(x))) \supset P(x))$$

- ⑥ LEITEN SIE IN LK HER

$$A \supset B, B \supset C \longrightarrow A \supset C \vee D$$

- ⑦ LEITEN SIE IN LK HER

$$\neg(A \supset B), A \supset C \rightarrow \neg(C \supset B)$$

- ⑧ LEITEN SIE IN LK HER

$$\rightarrow ((\forall x P(x) \supset \exists x Q(x)) \wedge \neg \exists x Q(x)) \supset \neg \forall x P(x)$$

- ⑨ LEITEN SIE IN LK HER

$$\exists x P(x) \rightarrow \forall x (P(x) \supset Q(x)) \supset \exists x Q(x)$$

- ⑩ BESCHREIBEN SIE DIE SCHNITTFREIEN HERLEITUNGEN VON

$$P(0), \forall x (P(x) \supset P(f(x))) \rightarrow P(f^{2^n}(0))$$

$$(f^0(t) \equiv t \quad f^{n+1}(t) \equiv f(f^n(t)))$$

GIBT ES KURZE (D.H. POLYNOMIALE) HERLEITUNGEN MIT SCHMITT?

- ⑪ GEBEN SIE EINE KLAUSELFORM FÜR NACHFOLGENDE FORMEL AN

$$(X \wedge \neg Y \wedge Z) \vee (\neg X \wedge Y \wedge \neg Z)$$

- ⑫ GEBEN SIE EINE STRUKTURELLE KLAUSELFORM FÜR NACHFOLGENDE FORMEL AN

$$(X \supset Y) \supset Z$$

- ⑬ WIDERLEGEN SIE FOLGENDE KLAUSELMENGE DURCH RESOLUTION

$$\{ P, \neg P \vee \neg Q \vee R, \neg P \vee \neg Q \vee \neg R, Q \vee R, \neg Q \vee R, Q \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R \}$$

- ⑭ WIDERLEGEN SIE DIE HORNFORMELN VON ③ ALS KLAUSELMENGEN AUFGEFASST DURCH RESOLUTION SOFERN SIE WIDERLEGBAR SIND

- ⑮ WIDERLEGEN SIE FOLGENDE KLAUSELMENGE DURCH RESOLUTION

$$\{ \neg U \vee V \vee W, \neg U \vee \neg V \vee W, \neg U \vee V \vee \neg W, \neg V \vee \neg W, U \}$$

IST DIESE MENGE DURCH UNIT-RESOLUTION WIDERLEGBAR ?

(16) BEWEISEN SIE MITTELS RESOLUTION

$$((A \wedge B \wedge C) \supset \neg(A \wedge B \wedge C)) \supset \neg(A \wedge B \wedge C)$$

(17) BEWEISEN SIE MITTELS RESOLUTION

$$((A \supset B) \wedge (B \supset C) \wedge (C \supset D) \wedge (D \supset E)) \supset (A \supset E)$$

(18) GEBEN SIE FÜR FOLGENDE FORMEL EIN
TERMMODELL AN

$$P(0) \wedge \forall x (P(x) \supset P(s(x)))$$

(19) ZEIGEN SIE, DASS KLAUSELN DER FORM

$$(C \vee A \vee \neg A \vee D), C, D \text{ KLAUSELN}$$

AUS RESOLUTIONSBEWEISEN ELIMINIERT WERDEN

(20) BERECHNEN SIE EINEN ALLGEMEINSTEN UNIFIKATOR
ODER ZEIGEN SIE DASS ES KEINEN UNIFIKATOR GIBT

(a) $f(h(z), x, f(x, y, z)) \quad f(y, h(y), u)$

(b) $f(h(z), x, h(x)) \quad f(y, h(y), z)$

(u, x, y, z VARIABLE)

(21) WIDERLEGEN SIE NACHFOLGENDE KLAUSELMENGEN
ODER GEBEN SIE EIN TERM MODELL AN

$$(a) \{ P(0), \neg P(x) \vee P(f(x)), \neg P(f(f(0))) \}$$

$$(b) \{ P(0), \neg P(x) \vee P(f(x)) \} \quad (0 \text{ KONSTANTE})$$

(22) WIDERLEGEN SIE NACHFOLGENDE KLAUSELMENGE

$$\{ \neg P(x) \vee \neg P(y), P(0) \vee Q(0), \neg Q(x) \vee \neg Q(y) \} \quad (0 \text{ KONSTANTE})$$

(23) WIDERLEGEN SIE FOLGENDE KLAUSELMENGE

$$\{ \neg P(x,y,z) \vee P(y,x,z), \neg P(x,y,z) \vee P(z,y,x), \neg P(x,y,z) \vee P(x,z,y), \\ P(A,B,C), \neg P(C,A,B) \}$$

$$(A, B, C \text{ KONSTANTE})$$

(24) BESTIMMEN SIE EINE KLAUSELFORM VON

$$\neg (\forall x \exists y P(x,y) \supset \forall x \exists u \forall v (P(x,u) \wedge P(u,v)))$$

(25) BESTIMMEN SIE EINE KLAUSELFORM VON

$$\neg (\exists x \forall y \exists z (P(x) \wedge (P(y) \vee P(z)) \supset \exists x \forall y \exists z (P(x) \wedge (P(y) \vee P(z))))$$

(26) BEWEISEN SIE MITTELS RESOLUTION

$$(\forall x (P(x) \supset Q(x)) \wedge \exists x P(x)) \supset \exists x Q(x)$$