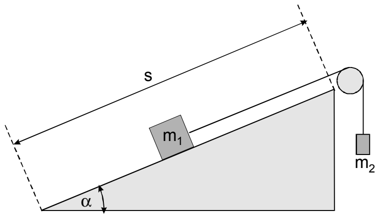
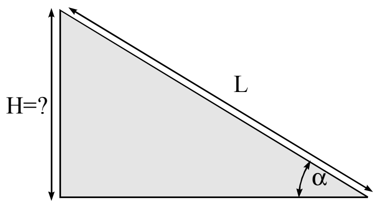
1. **Bewegung auf einer schiefen Ebene.** Eine **Masse** $\boldsymbol{m_1}$ ist über eine Umlenkrolle und ein masseloses Seil mit einem Gewicht der **Masse** $\boldsymbol{m_2}$ verbunden (siehe Skizze). $\boldsymbol{m_1}$ gleitet reibungsfrei auf einer schiefen Ebene mit dem **Neigungswinkel** $\boldsymbol{\alpha}$ **zur Horizontalen**.



➔ In welcher Zeit $\boldsymbol{t}$ durchläuft die anfangs ruhende Masse **die Strecke** $\boldsymbol{s}$ auf der schiefen Ebene?

(Lösung: $t = \sqrt{\dfrac{2s(m_1 + m_2)}{g(m_2 - m_1 \sin\alpha)}}$)

2. **Gleiten und Rollen.** Gegeben ist eine schiefe Ebene der Länge $\boldsymbol{L}$ und mit dem Neigungswinkel α (siehe Skizze).



a) Ein **Block** der **Masse** $\boldsymbol{M}$ gleitet reibungsfrei über die Ebene. Wie groß ist seine Geschwindigkeit $\boldsymbol{v_B}$, nachdem er die Länge $\boldsymbol{L}$ zurückgelegt hat? Man gebe $\boldsymbol{v_B}$ als Funktion von $\boldsymbol{L}$ an.

b) Nun rollt eine **Kugel** (**Radius** $\boldsymbol{R}$, **Masse** $\boldsymbol{M}$) über die Ebene. Wie groß ist ihre Geschwindigkeit $\boldsymbol{v_K}$, nachdem sie $\boldsymbol{L}$ zurückgelegt hat? Man gebe $\boldsymbol{v_K}$ als Funktion von $\boldsymbol{L}$ an.

c) Ist $\boldsymbol{v_K}$ gleich groß, größer oder kleiner als $\boldsymbol{v_B}$? Man begründe dies mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes.

3. Ein Geschoß detoniert im Scheitelpunkt seiner Bahn bei $\boldsymbol{h_0 = 19{,}6}$ **m** in zwei gleich schwere Teile. Der eine Teil erreicht die Erde $\boldsymbol{t_1 = 1}$ **s** nach der Detonation. Der Auftreffpunkt liegt senkrecht unter dem Detonationspunkt und ist die Strecke $\boldsymbol{s_1 = 1000}$ **m** vom Abschußpunkt entfernt.

a) In welchem Abstand $\boldsymbol{s_2}$ vom Abschußpunkt fällt der zweite Teil auf die Erde? *(Lösung: 5000 m)*

Hinweis: Der Luftwiderstand ist zu vernachlässigen. Stellen Sie eine Impulsbilanz für einen kurzen Zeitpunkt vor, bzw. nach der Detonation auf.

b) Bleibt der Impuls erhalten?

4. Zwei Teilchen mit den Massen $\boldsymbol{m_1 = 1}$ **kg** und $\boldsymbol{m_2 = 0{,}4}$ **kg** haben die Anfangsgeschwindigkeiten $\vec{v}_1 = (2{,}8\,\hat{x} - 3{,}0\,\hat{y})$ ms^{-1} und $\vec{v}_2 = 7{,}5\,\hat{y}$ ms^{-1}. Nachdem sie zusammengestoßen sind, seien ihre Geschwindigkeiten $\vec{v}_1' = (1{,}2\,\hat{x} - 2{,}0\,\hat{y})$ ms^{-1} und $\vec{v}_2' = (4{,}0\,\hat{x} + 5{,}0\,\hat{y})$ ms^{-1}.

a) Bestimmen Sie den **Gesamtimpuls**! *(Lösung: $\vec{p} = 2{,}8\,\hat{x}$ kgms^{-1})*

b) Suchen Sie ein Bezugssystem, in dem der Gesamtimpuls **vor dem Stoß** gleich Null ist (Schwerpunktsystem).

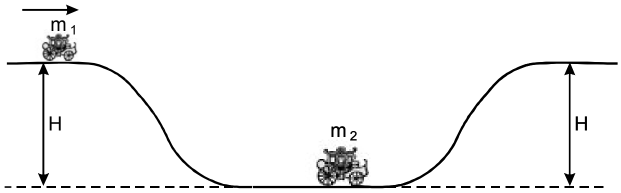
c) Zeigen Sie, daß der Gesamtimpuls auch **nach dem Stoß** in diesem System gleich Null ist.

d) Welcher Bruchteil der **kinetischen Energie** wird beim Stoß umgewandelt? *(Lösung: 44,5 % Verlust)*

e) Ist der Stoß elastisch?

Bitte Seite wenden!

5. **Zwei Wagen auf der Hochschaubahn**: Gegeben ist die in der untenstehenden Skizze dargestellte Anordnung von zwei Wagen mit den Massen $\boldsymbol{m_1}$ **= 100 kg** und $\boldsymbol{m_2}$ **= 110 kg**. Der Wagen **1** wird von der Höhe $\boldsymbol{H}$ **= 12 m** aus dem Stillstand losgelassen.



a) Welche **Geschwindigkeit** $\boldsymbol{v_1}$ hat der Wagen **1**, kurz *bevor* er mit Wagen **2** zusammenstößt? *(Lösung: $v_1 = 15{,}3$ ms^{-1})*

Wenn die Wagen schließlich zusammenstoßen, verhaken sie sich ineinander und bewegen sich ***gemeinsam*** weiter fort (**vollkommen inelastischer Stoß**).

b) Wie groß ist die **Geschwindigkeit** $\boldsymbol{v_2}$ der Wagen kurz *nach* dem Stoß? *(Lösung: $v_2 = 7{,}3$ ms^{-1})*

Die Wagenkolonne fährt nun rechts die Bahn wieder hinauf.

c) Welche **Höhe** $\boldsymbol{H_2}$ erreicht sie, bevor sie wieder zurückrollt? *(Lösung: $H_2 = 2{,}7$ m)*

Offensichtlich reicht der Schwung nicht aus, um rechts wieder ganz hinaufzukommen.

d) Welche **Anfangsgeschwindigkeit** $\boldsymbol{v}$ muß man dem Wagen **1** erteilen, damit die Wagenkolonne über den „Berg" kommt? *(Lösung: $v = 28{,}3$ ms^{-1})*

Hinweis: Reibung wird generell vernachlässigt. Verwenden Sie Energie- und Impulssatz! In den Endformeln sollen lediglich $\boldsymbol{m_1}$, $\boldsymbol{m_2}$ *und* $\boldsymbol{H}$ *vorkommen!*

6. **Das Raketenproblem in seiner diskretisierten Form:** Eine Rakete im befinde sich im schwerelosen Raum. Ihre Geschwindiglkeit zum Zeitpunkt $\boldsymbol{t = 0}$ sei $\boldsymbol{v_R(t = 0) = 0}$, ihre Anfangsmasse inklusive Treibstoff sei $\boldsymbol{M_T}$ Für Zeiten $\boldsymbol{t > 0}$ beginne der Treibstoff mit einer Konstanten Rate α abzubrennen. Der Treibstoffstrahl besitze die konstante Austrittsgeschwindigkeit $\boldsymbol{v_P}$. Unter diesen Bedingungen lautet die analytische Lösung des Problemes für die Raketengeschwindigkeit $v_R(t) = v_P \cdot ln \frac{M_T}{M_T - \alpha \cdot t}$. In einer diskretisierten Form kann das Problem folgendermassen formuliert werden: Zu Zeitpunkten $\boldsymbol{t_i}$, welche um ein konstantes Zeitintervall $\boldsymbol{\Delta t}$ getrennt sind, wird von der Rakete je ein Partikel der Masse $\mathbf{M_P}$ mit der Geschwindikkeit $\boldsymbol{v_P}$ abgefeuert.

a) Stellen Sie die Impulsbilanz des Problemes kurz vor und kurz nach $\boldsymbol{t_i}$ auf und ermitteln Sie so einen rekursiven Zusammenhang zwischen $\boldsymbol{v_R(t_{i-1})}$ und $\boldsymbol{v_R(t_i)}$.

b) Berechnen Sie für $\boldsymbol{M_T}$ **= 1000 kg**, $\boldsymbol{M_P}$ **= 1 kg**, $\boldsymbol{v_P}$ **= 50 m/s** und α **= 1 Partikel/s** die ersten 5 Geschwindikgeiten der Rakete mittels Rekursion und vergleichen Sie sie mit der analytischen Lösung.
(Lösung: Rekursion: $v_R^0 = 0$ ms^{-1}, $v_R^1 = 0{,}05$ ms^{-1}, ... $v_R^5 = 0{,}2505$ ms^{-1}
Analytisch: $v_R^0 = 0$ ms^{-1}, $v_R^1 = 0{,}05$ ms^{-1}, ... $v_R^5 = 0{,}2506$ ms^{-1}*)*

Hinweis: Alle Massen können als punktförmig betrachtet werden. Man beachte die Richtungen der Rakete und der Projektile relativ zueinander.