

Mit den folgenden Beispielen sollten Sie sich bis zur nächsten Übung auseinandersetzen. Sie dienen zur Vorbereitung auf den Test und werden - je nach Situation - entweder vollständig oder teilweise von **Studierenden** vorgerechnet. Bedenken Sie die Möglichkeit, **selbst** eines der Beispiele vorzurechnen, um die nötige Mitarbeitsleistung zu erbringen.

1. Peter und Rolf - Episode 1: Das Wettschwimmen. Die Zwillinge Peter und Rolf sind zwei *gleich schnelle* und ausdauernde Schwimmer. Sie schaffen beide die *Geschwindigkeit* von 1 ms^{-1} . Sie wollen über einen Fluß schwimmen, der **100 m** breit, **10 m** tief und **16 °C** kalt ist, um ihr Boot zu erreichen. Der Fluss hat eine (**konstante**) **Fliessgeschwindigkeit von 80 cms⁻¹**.

Peter schwimmt *schräg flußaufwärts*, sodaß er den Fluß überquert, *ohne abgetrieben* zu werden. Er nimmt also den *kürzesten* Weg.

Rolf schwimmt immer *senkrecht zum Ufer*, wird dabei aber durch die Strömung *flußabwärts* getrieben.

a) Man berechne allgemein, wer von den beiden zuerst am anderen Ufer ankommt, wenn beide gleichzeitig losschwimmen. Beeinflußt die Bewegungskomponente *in Flußrichtung* die Schwimmzeit der beiden? Welche Anforderung muss die Fließgeschwindigkeit erfüllen, damit die Angabe einen Sinn macht?

b) Man berechne die Schwimmzeit der beiden mit den obigen Zahlenwerten.

(Lsg.: $t_{\text{Peter}} = 167 \text{ s}$; $t_{\text{Rolf}} = 100 \text{ s}$)

Hinweis: Es ist hilfreich, von beiden Schwimmern ein Geschwindigkeitsdiagramm zu zeichnen.

2. Gegeben ist der Vektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Man berechne:

a) die *Länge* des Vektors \vec{a} ; (Lösung: $\sqrt{14}$)

b) die *Länge* der *Projektion* von \vec{a} auf die *x,y-Ebene*; (Lösung: $\sqrt{10}$)

c) einen *Vektor* \vec{b} in der *x,y-Ebene*, welcher *senkrecht* zum Vektor \vec{a} steht;

d) den *Einheitsvektor* von \vec{b} ;

e) das *Skalarprodukt* von \vec{a} mit dem Vektor $\vec{c} = (2,0,0)$; (Lösung: 6)

f) das *Vektorprodukt* $\vec{a} \times \vec{c}$ (Lösung: $(0,4,-2)$).

3. Gegeben sind drei Punkte im zweidimensionalen Raum:

$$\vec{P}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{P}_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{P}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

→ Man berechne den *vierten Eckpunkt* des *Parallelogramms* $P_1P_2P_3P_4$, welches durch die Vektoren

$$\vec{a} = \overrightarrow{P_1P_2} \text{ und } \vec{b} = \overrightarrow{P_1P_4}$$

aufgespannt wird. (Lösung: Die Lösung für den gesuchten Punkt lautet: $\vec{P}_4 = (0,-6)$)

Bitte Seite wenden!

4. Zwei Schiffe (1) und (2) bewegen sich aufeinander zu. Mit Hilfe von Geschwindigkeitsmessung und Kompass werden folgende *Geschwindigkeitsvektoren* bestimmt:

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ n.m.h}^{-1}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ n.m.h}^{-1}. \quad (1 \text{ n.m.} = 1 \text{ nautische Meile} = 1,852 \text{ km})$$

Durch Peilung um 12:30 Uhr wird auch ihre *Position* ermittelt:

$$\vec{r}_1(0) = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ n.m.}, \quad \vec{r}_2(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ n.m.}$$

- a) Der Vektor $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ gibt die *Lage* des Schiffs (2) relativ zum Schiff (1) an. Man bestimme ihn als *Funktion der Zeit*.
- b) Wann und wo haben die beiden Schiffe den geringsten *Abstand* voneinander?

(*Lösung*: ca. 1 h 9 min nach 12:30 Uhr, d. i. um 13:39 Uhr. Schiff (1) ist bei $\begin{pmatrix} -0,69 \\ 0 \end{pmatrix}$ n.m., Schiff (2) bei

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0,46 \end{pmatrix} \text{ n.m. Relativabstand: } \begin{pmatrix} 0,69 \\ 0,46 \end{pmatrix} \text{ n.m.})$$

- c) Wird der Sicherheitsabstand von 1 n.m. unterschritten?

Hinweise: Wir vernachlässigen die Erdkrümmung, sodass wir ein zweidimensionales, ebenes Problem erhalten. Es ist ratsam, den Zeitpunkt der Peilung möglichst einfach zu wählen (z. B.: $t = 0$ h; t ist dann die Zeit in Stunden nach 12:30 Uhr. Es gibt prinzipiell verschiedene Möglichkeiten, diese Aufgabe zu lösen, die sich im Rechenaufwand unterscheiden.

5. **Numerische Berechnungen, Einheiten und Dimensionen.** Nach längerer Rechnung erhält ein Physiker für die Grundzustandsbindungsenergie E_0 des Wasserstoffatoms den Ausdruck

$$E_0 = -\frac{e^3 m_e}{8h^2 \epsilon_0^2}, \text{ wobei}$$

$e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C die Elementarladung des Elektrons,
 $m_e = 9,1096 \cdot 10^{-31}$ kg die Elektronenmasse,
 $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js das Plancksche Wirkungsquantum und
 $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ AsV⁻¹m⁻¹ die Dielektrizitätskonstante sind.

- a) Man überprüfe mittels einer Dimensionsbetrachtung, ob der Physiker richtig gerechnet hat. Man Beachte: 1 C = 1 As, 1 J = 1 VAs, 1 J = 1 kgm²s⁻².
- b) Der numerische Wert von E_0 beträgt $2,18 \cdot 10^{-18}$ J. Wandeln Sie diesen einmal ohne Taschenrechner (abschätzen) und einmal mit Taschenrechner (Genauigkeit: 2 Dezimalen) in eV (Elektronenvolt) um! (1 eV = $1,602 \cdot 10^{-19}$ J).

6. **Navigationssystem:** Ein GPS-Navigationssystem erlaubt die Eingabe von Positionen auf der Karte in **Längen- und Breitengraden**. Diese können mit einer maximalen Genauigkeit von **Bogensekunden** angegeben werden.

- a) Wo weisen diese Positionsangaben die **maximale Ungenauigkeit in Metern** auf und wie groß ist diese? Warum ist die Ungenauigkeit **ortsabhängig**? (*Lösung*: ca. 30 m sowohl in N/S als auch in O/W-Richtung)
- b) Sie befinden sich an einer Position mit den GPS-Koordinaten des **Breitengrades** von **48° 7' 13" nördlicher Breite** und des **Längengrades** von **16° 19' 30"**. Bestimmen Sie die Komponenten des Radiusvektors dieses Ortes in einem rechtshändigen kartesischen Koordinatensystem unter der Annahme, dass die Erde vollkommen kugelförmig ist.

Hinweis: Für den Erdradius verwende man einen Wert von 6300 km; Die x-Koordinate des kartesischen Koordinatensystems liege in der Ebene des Nullmeridians.