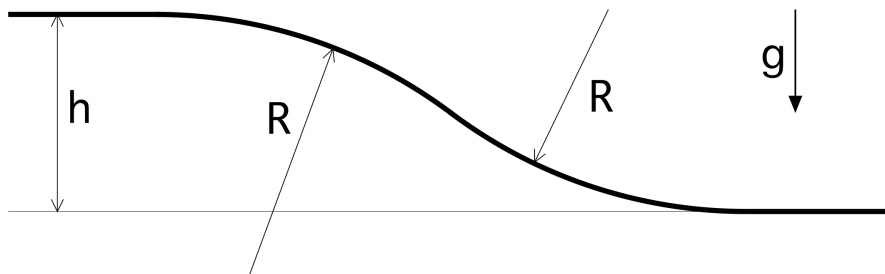


3. Übung am 29. 10. 2018

3.1 Zwei horizontale Bahnen sind über zwei kreisförmige Teilstücke nahtlos und stetig miteinander verbunden (siehe Abb.). Die kreisförmigen Teilstücke haben einen Radius von $R = 5 \text{ m}$. Zwischen den beiden horizontalen Teilstücken besteht eine Höhendifferenz von $h = 2 \text{ m}$. Ein Objekt bewegt sich reibungslos im Schwerfeld der Erde vom oberen zum unteren horizontalen Teilstück. Wie groß darf die Ausgangsgeschwindigkeit am oberen horizontalen Teilstück maximal sein damit das Objekt immer auf der Bahn gleitet ohne abzuheben?

(Lösung: $v_1 \approx 4,43 \text{ m/s}$)

(1 Pkt)

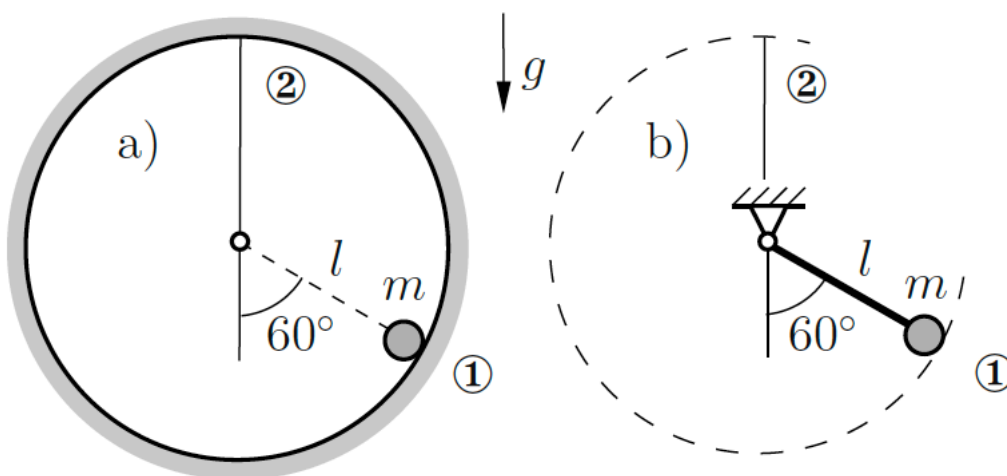


3.2 Welche Anfangsgeschwindigkeit v_0 muss eine Masse m mindestens haben, damit sie von der Ausgangslage ① aus die Lage ② erreicht, wenn sie

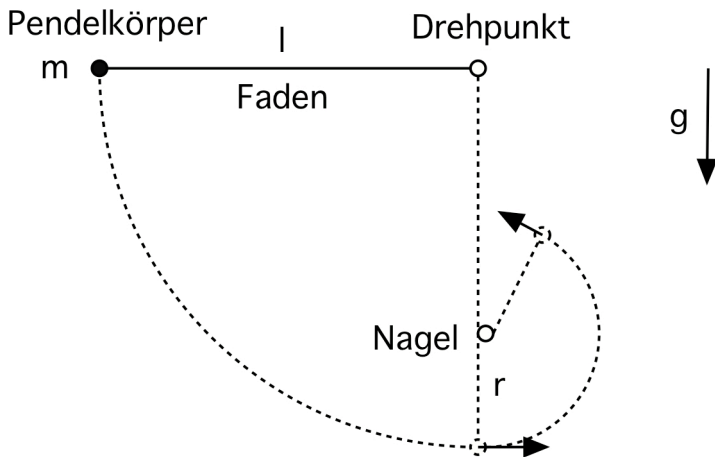
a) auf einer Kreisbahn (Radius l) reibungsfrei gleitet,

b) durch eine starre masselose Stange (Länge l) geführt wird?

(1 Pkt)



3.3 Ein Pendel besteht aus einem kleinen Pendelkörper (punktförmig) der Masse m , der an einem dünnen Faden der Länge l befestigt ist. Der Pendelkörper wird seitlich so weit ausgelenkt, dass der Faden die Horizontale erreicht (siehe Abb.). Anschließend wird er aus dieser Position losgelassen. Am tiefsten Punkt seiner Bahn schlägt der Faden gegen einen dünnen waagrecht orientierten Nagel (vernachlässigbarer Durchmesser), der sich in einem Abstand von r über dem tiefsten Punkt der Bahn des Pendelkörpers befindet. Zeigen sie, dass r kleiner als $(2/5) \cdot l$ sein muss, damit der Faden straff gespannt bleibt und sich der Pendelkörper daher auf einer Kreisbahn um den dünnen Nagel bewegt.

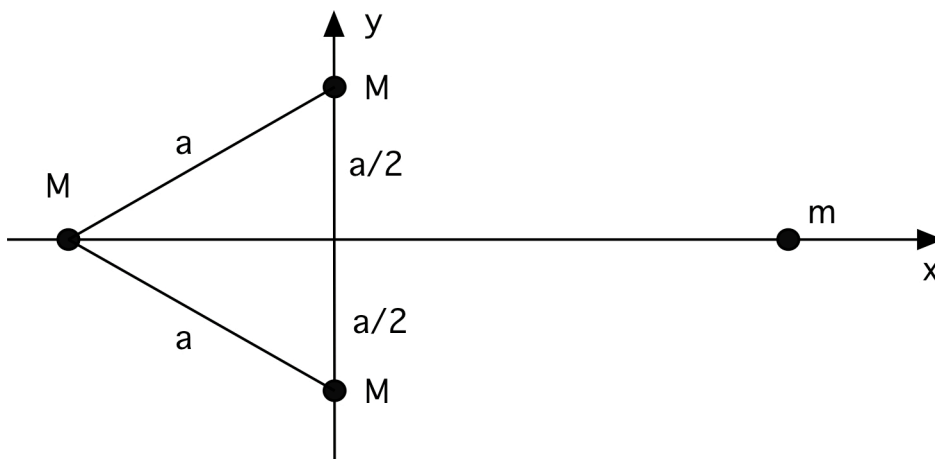


(1 Pkt)

3.4 Dreisternesystem:

Es sei ein fiktives Dreisternesystem entsprechend der Skizze gegeben. Die 3 Sterne haben jeweils die Masse M und bilden ein gleichseitiges Dreieck. Ein Raumschiff der Masse m nähert sich entlang der x -Achse von $+\infty$ kommend Richtung Koordinatenursprung.

- Berechnen sie das Gravitationspotential $V(x,0,0)$ des Dreisternesystems für $0 < x < +\infty$.
- Berechnen sie die potentielle Energie $E_p(x,0,0)$ des Raumschiffs im Dreisternesystem entlang der x -Achse für $0 < x < +\infty$.
- Berechnen Sie die Gravitationsfeldstärke des Dreisternesystems $\vec{g}(x,0,0)$ für $0 < x < +\infty$.
- Berechnen sie die Gravitationskraft des Dreisternesystems auf das Raumschiff $\vec{F}(x,0,0)$ entlang der x -Achse für $0 < x < +\infty$.



(2 Pkte)

3.5 Der Planet Mars (Marsradius $r_{\text{Mars}} = 3393,4 \text{ km}$; Marsmasse $M_{\text{Mars}} = 6,4191 \cdot 10^{23} \text{ kg}$) besitzt 2 Monde, Phobos und Deimos, die ihn auf nahezu kreisförmigen Bahnen umlaufen. Die Umlaufzeit für Deimos (Phobos) beträgt 1 Tag 6 Stunden 17 Minuten 55 Sekunden (7 Stunden 39 Minuten 14 Sekunden). Berechnen sie

- den (mittleren) Radius der Bahn des Mondes Deimos (Phobos) um den Mars,
- die Umlaufgeschwindigkeit v des Mondes Deimos (Phobos) um den Mars,
- und die auf Deimos (Phobos) wirkenden Radialbeschleunigung a .

(1 Pkt)

3.6 Der Planet Merkur hat eine Umlaufzeit von 87,97 Tagen um die Sonne. Seine kleinste Entfernung zur Sonne beträgt 0,3075 AE (Perihel).

- Berechnen sie die maximale Distanz zur Sonne (Aphel) und die numerische Exzentrizität seiner elliptischen Bahn.
- Berechnen sie die mittlere Orbitalgeschwindigkeit.
- Berechnen sie die Bahngeschwindigkeit des Kometen bei seiner kleinsten und bei seiner größten Entfernung zur Sonne.

Hinweis Ellipse: $b^2 = a^2 \cdot (1 - \varepsilon^2)$

mit a .. große Halbachse, b .. kleine Halbachse; ε .. numerische Exzentrizität

Weiters gilt: Perihel: $r_{\text{min}} = a \cdot (1 - \varepsilon)$ Aphel: $r_{\text{max}} = a \cdot (1 + \varepsilon)$

Fläche einer Ellipse: $A = \pi \cdot a \cdot b$

Bei geringer Exzentrizität gilt näherungsweise für den Umfang: $U \approx \pi(a + b)$

Weitere Details Ellipse: WIKIPEDIA; Lösungen Merkur: WIKIPEDIA

(2 Pkte)

3.7 Ein unbekanntes Phänomen hat die Erde auf ihrer Umlaufbahn um die Sonne bis zum Stillstand abgebremst: $r(t=0) = R_{\text{ES}}$, $v(t=0) = 0$. Wie lange dauert es dann bis die Erde in die Sonne fällt. Lösen sie das Problem zuerst analytisch und dann erst numerisch

Entfernung Erde-Sonne:	$R_{\text{ES}} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Masse Sonne:	$M_{\text{S}} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Radius Sonne:	$R_{\text{S}} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$
Masse Erde:	$M_{\text{E}} = 5,975 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Radius Erde:	$R_{\text{E}} = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$
Gravitationskonstante:	$G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Verwenden sie die Näherung $R_{\text{S}} \rightarrow 0$.

(Lösung: ca. 65 Tage)

(2 Pkte)