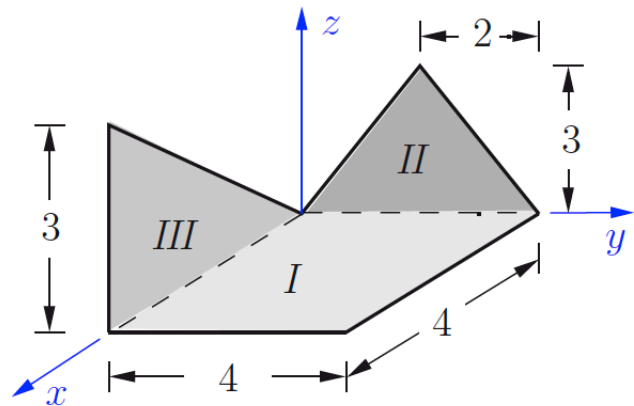


## 6. Übung am 19. 11. 2018

**6.1** Ein dünnes homogenes Blech konstanter Dicke, bestehend aus einem Quadrat und zwei Dreiecken, wurde zu nebenstehender Figur gebogen (Maße in cm).

Wo liegt der Schwerpunkt?

(1 Pkt)



**6.2** Ein Silo (Großspeicher) in zylindrischer Form ist bis zum oberen Rand mit fein zermahlenem Gestein der Dichte  $\rho_0$  gefüllt (Abbildung). Infolge der Schwerkraft nimmt die Dichte  $\rho$  der Füllung jedoch geringfügig von oben nach unten zu, da jede Schicht durch das Gewicht der über ihr liegenden Schichten verdichtet wird. Sie können annehmen, dass sich die Dichte längs der Symmetrieachse des Silos linear von  $\rho_0$  (oberer Rand) auf  $\rho_1$  (Boden) erhöht.

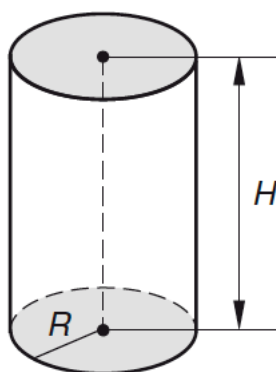
a) Welche Masse  $m$  befindet sich in dem Silo?

b) Wo liegt der Schwerpunkt  $S$  der Füllung?

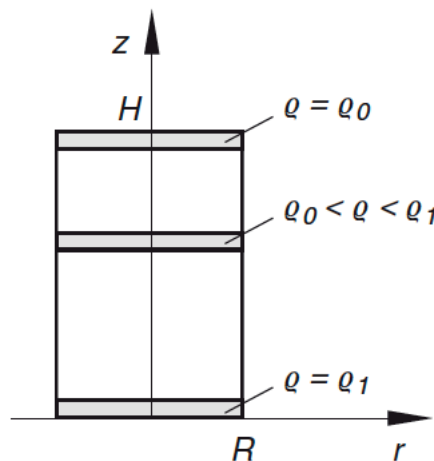
c) Behandeln Sie den Sonderfall  $\rho = \text{const}$ : (keine Verdichtung der Gesteinsfüllung).

Innenmaße des Silos: Radius  $R$ , Höhe  $H$ .

(2 Pkte)



a)



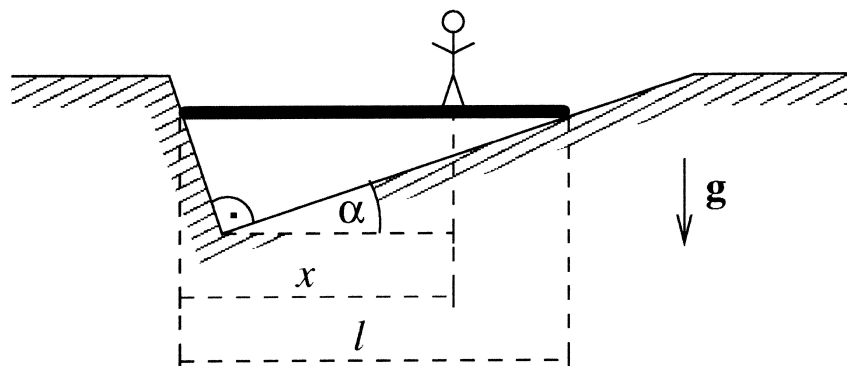
b)

**6.3** In einem Graben mit rechtwinkligen Wänden, dessen eine Wand um den Winkel  $\alpha$  gegen die Horizontale geneigt ist, liegt ein Brett der Länge  $l$  (siehe Skizze). Das Brett hat die Masse  $M$  und kann reibungsfrei an den Wänden des Grabens entlang gleiten. Auf dem Brett steht eine Person der Masse  $m$ . Es wirke die Erdbeschleunigung  $g$ . In welchem Abstand  $x$  vom einen Ende des Brettes muss die Person stehen, damit das Brett horizontal liegen bleibt?

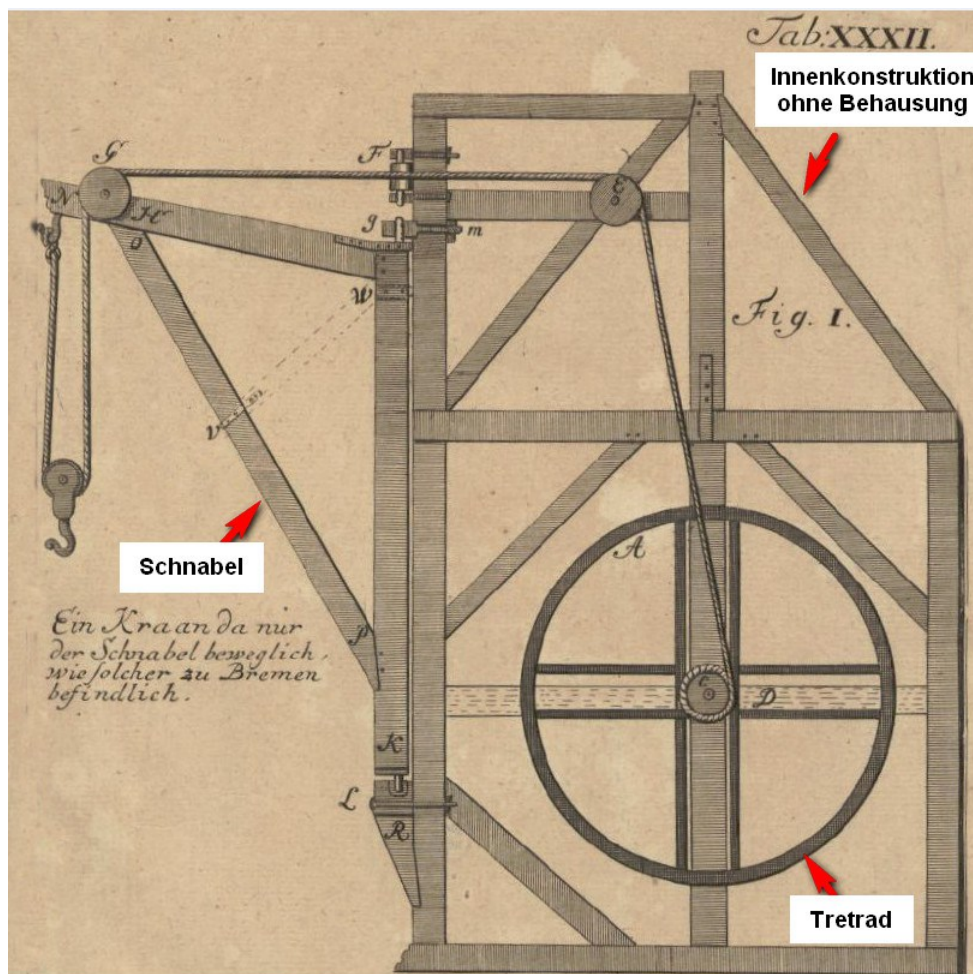
*Hinweis:* Wenn ein Objekt reibungsfrei auf einer Fläche gleiten kann, dann übt die Fläche auf das Objekt nur eine zur Fläche senkrechte Kraft aus.

$$\left( \text{Resultat: } x = \frac{l}{2} \left[ 1 + \left( \frac{M+m}{m} \right) \cos(2\alpha) \right] \right)$$

(2 Pkte)



6.4 Ein Tretrad ist ein seit dem Römischen Reich bis in die Neuzeit hinein benutzter Antrieb für Hebevorrichtungen (Krane). Dabei wurde die Körperkraft von Menschen ausgenutzt. Die Abbildung zeigt eine Konstruktionszeichnung von einem 1684 aufgestellten Kran.



Kernstück ist ein übermanns großes hölzernes Tretrad, das über Holzspeichen mit einer horizontalen Holzwelle verbunden ist. An der Holzwelle ist ein Seil befestigt das daran aufgewickelt werden kann. Über Umlenkspulen ist das Seil mit einem Flachenzug verbunden mit dem Lasten angehoben werden können.

Das Tretrad habe einen (lichten) Durchmesser von 4,4 m und eine Breite von 1,4 m, sodass es 2 nebeneinander gehende Personen betreiben können. Nehmen sie an, dass jede Person eine Masse von 70 kg habe. Nehmen sie weiteres an, dass sie maximal 16 cm über dem tiefsten Punkt des Rades stabil stehen können. Die Holzwelle habe einen Durchmesser von 40 cm.

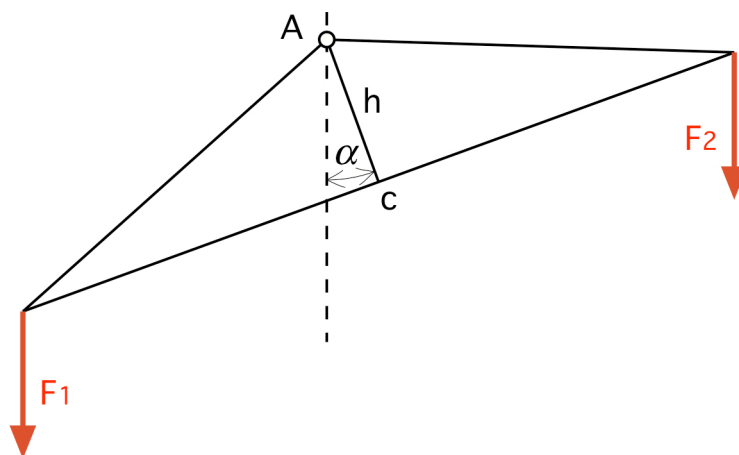
Welche Masse kann die Last maximal haben damit die beiden Personen diese mit Hilfe des Tretrades anheben können?

**(1 Pkt)**

**6.5** Der Waagebalken einer Balkenwaage hat die Länge  $c$ . Seine Aufhängepunkte bilden die Ecken eines gleichschenkeligen Dreiecks mit der Höhe  $h$  (siehe Abbildung). Im Gleichgewicht befindet sich auf beiden Waagschalen die gleiche Masse  $m$  (die Eigenmasse der Waagebalken und Waagschalen bleibt unberücksichtigt). Es wirke die Erdbeschleunigung  $g$ .

Um welchen Winkel  $\alpha$  neigt sich der Waagebalken, wenn auf der einen Seite ein Massestück  $\Delta m$  zugelegt wird?

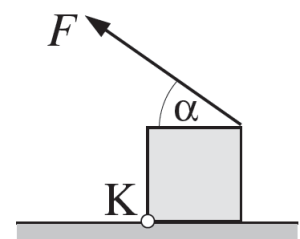
**(1 Pkt)**



**6.6** Ein Würfel aus Beton (Kantenlänge  $a = 1$  m, Dichte  $\rho = 1800$   $\text{kg/m}^3$ ), der sich um die linke untere Kante (K) drehen kann, soll durch ein an der oberen rechten Kante befestigtes, unter dem Winkel  $\alpha = 30^\circ$  gegenüber der Horizontalen gespanntes Zugseil angehoben werden. Es wirke die Erdbeschleunigung  $g$ .

- Wie groß ist die minimal erforderliche Zugkraft  $F$ ?
- Für welchen Winkel  $\alpha$  wird diese Zugkraft  $F$  am kleinsten, und wie groß ist sie dann?

**(1 Pkt)**



**6.7** Die Umdrehungsperiode der Sonne beträgt 27 Tage. Wenn der Kernbrennstoff verbraucht ist, erfährt sie einen Gravitationskollaps, wobei der Drehimpuls erhalten bleibt. Welchen kleinsten Radius kann sie erreichen, bevor sie auseinander fliegt?

Hinweise: Nehmen sie der Einfachheit halber an, dass die Sonne eine Kugel konstanter Dichte ist. Berechnen sie zunächst das Trägheitsmoment einer homogenen Kugel (nicht einfach nur nachschlagen). Die Sonne fliegt dann auseinander, wenn die Zentripetalbeschleunigung die Gravitationsbeschleunigung an der Oberfläche übertrifft.

Daten:

$$G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$$

$$\text{Sonne: } m = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg; } R = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$$

**(2 Pkte)**