

## 8. Übung am 3. 12. 2018

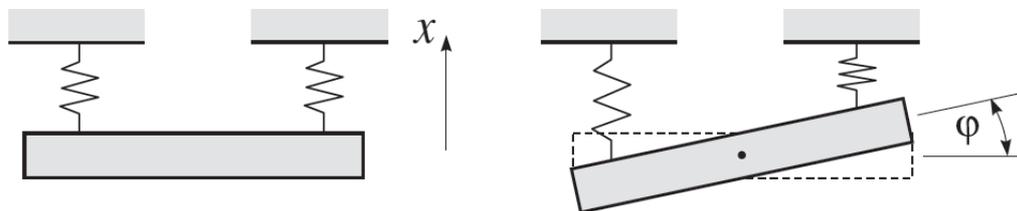
**8.1** Eine Person mit der Masse  $M = 80 \text{ kg}$  steht am Rand einer ruhenden Scheibe (Masse  $m = 140 \text{ kg}$ , Radius  $r = 4 \text{ m}$ ), die reibungsfrei um eine senkrechte Achse durch ihren Mittelpunkt rotieren kann. Die Person wirft nun ein Paket der Masse  $m_p = 1 \text{ kg}$  mit der Geschwindigkeit  $v = 20 \text{ m/s}$  tangential zum Rand der Scheibe weg. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit der Scheibe (mit Mensch) danach?

Die Person wandert anschließend  $2 \text{ m}$  in Richtung zum Scheibenzentrum. Wie groß ist danach die Winkelgeschwindigkeit des Systems Scheibe - Mensch?

**(1 Pkt)**

**8.2** Vertikalschwingung und Drehschwing

Ein homogener Stab der Masse  $m$  und der Länge  $l$  ist mit den Stabenden waagrecht an zwei gleichen Federn der Federkonstante  $k$  aufgehängt (siehe Abb.). Man vergleiche die Frequenz der Vertikalschwingungen mit der von Drehschwingungen um die Mittelachse bei kleinen Auslenkungen und fehlender Dämpfung!

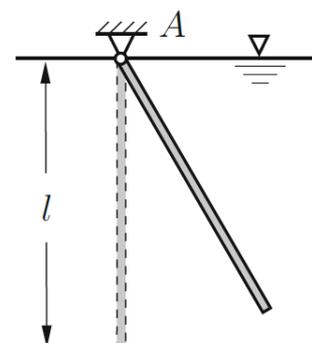


**(1 Pkt)**

**8.3** Ein Stab (Gewicht  $m \cdot g$ , Länge  $l$ ) schwingt unter dem Einfluss der Erdbeschleunigung  $g$  um  $A$  in einer zähen Flüssigkeit, deren Widerstandskraft  $F_w$  proportional zur örtlichen Geschwindigkeit ist (Proportionalitätsfaktor  $k$ ).

- a) Berechnen sie das Trägheitsmoment eines dünnen Stabes.
- b) Stellen sie die Bewegungsgleichung für kleine Ausschläge auf.
- c) Welcher Wert  $k = k^*$  trennt die Schwingungen von den Kriechbewegungen?

**(2 Pkte)**



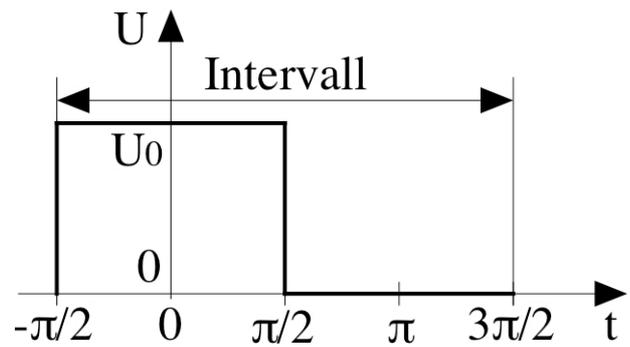
**8.4** Gegeben sei eine periodische Spannung  $U(t)$  der in der Abbildung für das Intervall  $T = 2\pi$  [s] dargestellten Form. Für den „Rechteckpuls“ gilt im Intervall  $T$ :

$$U(t) = U_0 \text{ für } -\pi/2 < t \leq \pi/2, \text{ sonst } U(t) = 0.$$

Stellen sie das Signal durch Überlagerung von harmonischen Schwingungen der Form  $\sin(n\omega_1 t)$  bzw.  $\cos(n\omega_1 t)$  dar (Fourier-Entwicklung).

Bestimmen sie die Fourierkoeffizienten bis  $n = 4$ .

**(1 Pkt)**



Freiwillige Zusatzaufgabe: Testen Sie mit einem Plot-Programm wie sich die aus den Basisfunktionen zusammengesetzte Funktion mit steigendem  $n$  an die Sägezahnform annähert.

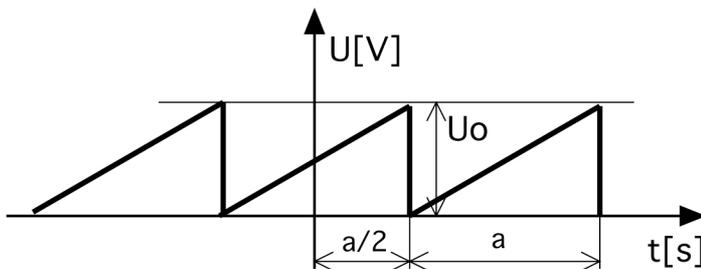
Hinweis: Verwenden sie eine Nomenklatur analog zu Demtröder, wobei eine periodische Funktion  $f(t)$  folgendermaßen in Basisfunktionen zerlegt werden kann:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

mit 
$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt \qquad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt \qquad \text{mit } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

**8.5** Gegeben sei eine periodische Sägezahnspannung der in der Abbildung dargestellten Form.



Dies ist eine periodische Sägezahnspannung, deren Zeitintervall die Länge  $a$  hat und bei der die Spannung in diesem Intervall linear von 0 auf  $U_0$  ansteigt.

a) Ermitteln Sie den mathematischen Ausdruck für diese Sägezahnspannung

b) Bestimmen Sie dann die entsprechenden Fourierkoeffizienten bis  $n=3$ .

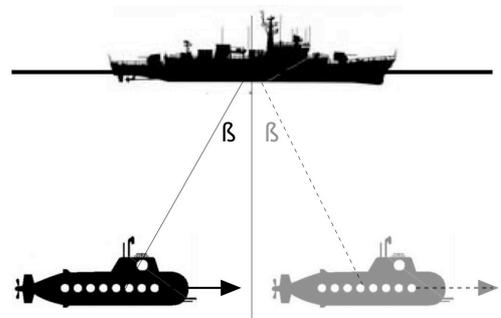
Hinweis: Verwenden die in Beispiel 8.3 angegebene Nomenklatur

**(2 Pkte)**

Freiwillige Zusatzaufgabe: Testen Sie mit einem Plot-Programm wie sich die aus den Basisfunktionen zusammengesetzte Funktion mit steigendem  $n$  an die Sägezahnform annähert.

**8.6** Eine Fledermaus fliegt mit einer Geschwindigkeit von 5,0 m/s auf eine Wand zu. Im Flug sendet sie einen Ultraschall mit 30,0 kHz aus. Welche Frequenz hat die reflektierte Schallwelle für die Fledermaus? Die Schallgeschwindigkeit sei dabei 343 m/s.  
**(1 Pkt)**

**8.7** Ein Schiff ruht auf der Meeresoberfläche. Es sendet kurze sinusförmige Ultraschallwellenzüge der Frequenz  $\nu_0 = 50$  kHz unter einem Winkel von  $\beta = 30^\circ$  zur Vertikalen aus um ein getauchtes U-Boot zu orten (Sonar-Prinzip). Das getauchte U-Boot besitzt zum Zeitpunkt der Ortung nur eine horizontale Geschwindigkeit. Die Schallgeschwindigkeit in Wasser betrage 1474 m/s.



- a) Der am U-Boot reflektierte Wellenzug trifft nach  $\Delta t = 3,2$  s wieder beim Schiff ein. Wie weit ist das U-Boot vom Schiff entfernt?
- b) Wie groß ist die Geschwindigkeit des getauchten U-Bootes, wenn das U-Boot die Wellenzüge mit einer um  $\Delta\nu_1 = 150$  Hz tieferen Frequenz empfängt?
- c) Wie groß ist die Geschwindigkeit des getauchten U-Bootes, wenn das Schiff die vom getauchten U-Boot reflektierten Wellenzüge mit einer um  $\Delta\nu_2 = 200$  Hz höheren Frequenz empfängt?
- (2 Pkte)**