

8. Übung am 3. 12. 2018

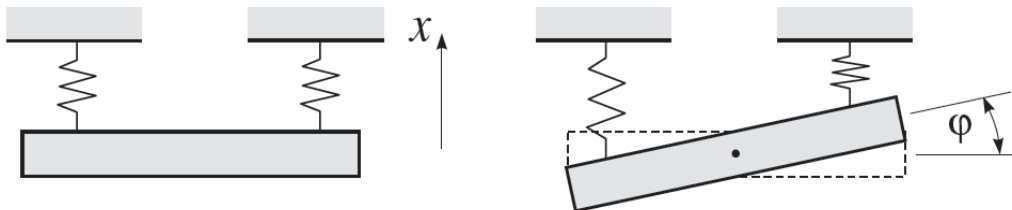
8.1 Eine Person mit der Masse $M = 80 \text{ kg}$ steht am Rand einer ruhenden Scheibe (Masse $m = 140 \text{ kg}$, Radius $r = 4 \text{ m}$), die reibungsfrei um eine senkrechte Achse durch ihren Mittelpunkt rotieren kann. Die Person wirft nun ein Paket der Masse $m_p = 1 \text{ kg}$ mit der Geschwindigkeit $v = 20 \text{ m/s}$ tangential zum Rand der Scheibe weg. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit der Scheibe (mit Mensch) danach?

Die Person wandert anschließend 2 m in Richtung zum Scheibenzentrum. Wie groß ist danach die Winkelgeschwindigkeit des Systems Scheibe - Mensch?

(1 Pkt)

8.2 Vertikalschwingung und Drehschwing

Ein homogener Stab der Masse m und der Länge l ist mit den Stabenden waagrecht an zwei gleichen Federn der Federkonstante k aufgehängt (siehe Abb.). Man vergleiche die Frequenz der Vertikalschwingungen mit der von Drehschwingungen um die Mittelachse bei kleinen Auslenkungen und fehlender Dämpfung!

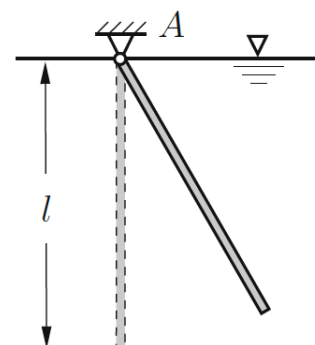


(1 Pkt)

8.3 Ein Stab (Gewicht $m \cdot g$, Länge l) schwingt unter dem Einfluss der Erdbeschleunigung g um A in einer zähen Flüssigkeit, deren Widerstand(skraft) F_w proportional zur örtlichen Geschwindigkeit ist (Proportionalitätsfaktor k).

- Berechnen sie das Trägheitsmoment eines dünnen Stabes.
- Stellen sie die Bewegungsgleichung für kleine Ausschläge auf.
- Welcher Wert $k = k^*$ trennt die Schwingungen von den Kriechbewegungen?

(2 Pkte)



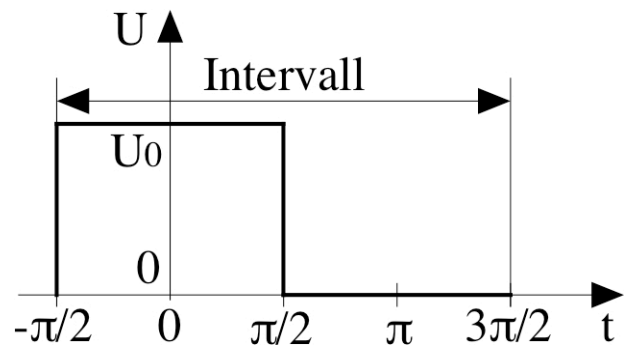
8.4 Gegeben sei eine periodische Spannung $U(t)$ der in der Abbildung für das Intervall $T = 2\pi$ [s] dargestellten Form. Für den „Rechteckpuls“ gilt im Intervall T :

$$U(t) = U_0 \text{ für } -\pi/2 < t \leq \pi/2, \text{ sonst } U(t) = 0.$$

Stellen sie das Signal durch Überlagerung von harmonischen Schwingungen der Form $\sin(n\omega_1 t)$ bzw. $\cos(n\omega_1 t)$ dar (Fourier-Entwicklung).

Bestimmen sie die Fourierkoeffizienten bis $n = 4$.

(1 Pkt)



Freiwillige Zusatzaufgabe: Testen Sie mit einem Plot-Programm wie sich die aus den Basisfunktionen zusammengesetzte Funktion mit steigendem n an die Sägezahnform annähert.

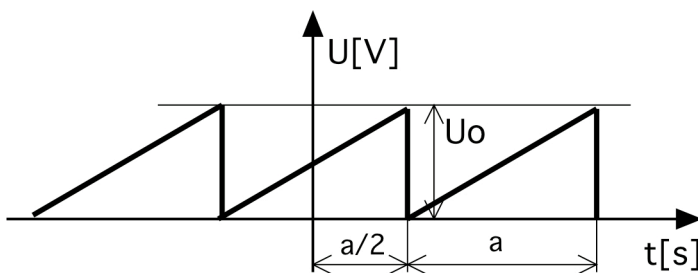
Hinweis: Verwenden sie eine Nomenklatur analog zu Demtröder, wobei eine periodische Funktion $f(t)$ folgendermaßen in Basisfunktionen zerlegt werden kann:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

mit
$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt \quad \text{mit } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

8.5 Gegeben sei eine periodische Sägezahnspannung der in der Abbildung dargestellten Form.



Dies ist eine periodische Sägezahnspannung, deren Zeitintervall die Länge a hat und bei der die Spannung in diesem Intervall linear von 0 auf U_0 ansteigt.

a) Ermitteln Sie den mathematischen Ausdruck für diese Sägezahnspannung

b) Bestimmen Sie dann die entsprechenden Fourierkoeffizienten bis $n=3$.

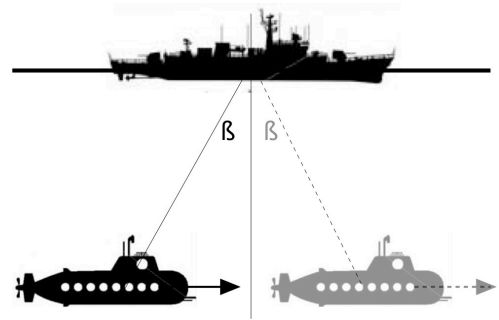
Hinweis: Verwenden die in Beispiel 8.3 angegebene Nomenklatur

(2 Pkte)

Freiwillige Zusatzaufgabe: Testen Sie mit einem Plot-Programm wie sich die aus den Basisfunktionen zusammengesetzte Funktion mit steigendem n an die Sägezahnform annähert.

8.6 Eine Fledermaus fliegt mit einer Geschwindigkeit von 5,0 m/s auf eine Wand zu. Im Flug sendet sie einen Ultraschall mit 30,0 kHz aus. Welche Frequenz hat die reflektierte Schallwelle für die Fledermaus? Die Schallgeschwindigkeit sei dabei 343 m/s.
(1 Pkt)

8.7 Ein Schiff ruht auf der Meeresoberfläche. Es sendet kurze sinusförmige Ultraschallwellenzüge der Frequenz $\nu_0 = 50$ kHz unter einem Winkel von $\beta = 30^\circ$ zur Vertikalen aus um ein getauchtes U-Boot zu orten (Sonar-Prinzip). Das getauchte U-Boot besitzt zum Zeitpunkt der Ortung nur eine horizontale Geschwindigkeit. Die Schallgeschwindigkeit in Wasser betrage 1474 m/s.



- a) Der am U-Boot reflektierte Wellenzug trifft nach $\Delta t = 3,2$ s wieder beim Schiff ein. Wie weit ist das U-Boot vom Schiff entfernt?
- b) Wie groß ist die Geschwindigkeit des getauchten U-Bootes, wenn das U-Boot die Wellenzüge mit einer um $\Delta\nu_1 = 150$ Hz tieferen Frequenz empfängt?
- c) Wie groß ist die Geschwindigkeit des getauchten U-Bootes, wenn das Schiff die vom getauchten U-Boot reflektierten Wellenzüge mit einer um $\Delta\nu_2 = 200$ Hz höheren Frequenz empfängt?
- (2 Pkte)**