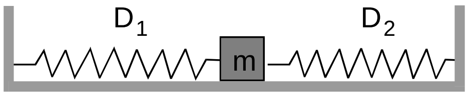
1. Entwickeln Sie die Funktion $f(t) = |\sin t|$ auf dem Intervall [-π,π] in eine **Fourier-Reihe** der Form

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos(kt) + b_k \sin(kt)\right).$$

2. Die Masse ***m* = 4 kg** ist mit zwei Federn (Federkonstanten D_1 und D_2) verbunden und befindet sich in Ruhelage auf einer **reibungsfreien** Unterlage (siehe Skizze).

a) Geben Sie die Differentialgleichung und ihre Lösung für die Bewegung der Masse im Falle kleiner Auslenkung an.
b) Stellen Sie die allgemeine Formel für die Schwingungskreisfrequenz ω_0 auf.
c) Berechnen Sie die Schwingungsfrequenz für $D_1 = 9\ \mathrm{Nm^{-1}}$ und $D_2 = 7\ \mathrm{Nm^{-1}}$. *(Lösung: 1/π Hz).*
d) Die Masse wird zum Zeitpunkt ***t* = 0** um **1 mm** ausgelenkt und losgelassen. Wann erreicht sie zum ersten Mal ihre ursprüngliche (Ruhe-)Lage? *(Lösung: π/4 s)*
e) Welche Geschwindigkeit hat die Masse zu diesem Zeitpunkt? *(Lösung: -2 mms^{-1})*



3. Berechnen Sie Form und Maximum der Resonanzkurve für die mittlere Leistungsaufnahme des **gedämpften, getriebenen harmonischen Oszillators**.

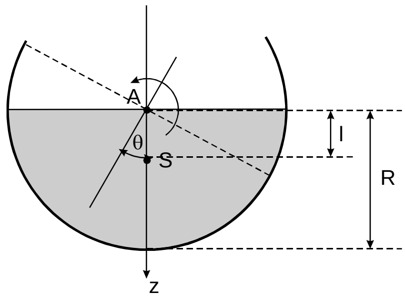
4. **Komplexer getriebener Oszillator:** Ein **gedämpftes schwingungsfähiges System** wird mit einer **periodischen Funktion der Frequenz** Ω angeregt. Der Einfachheit halber wird diese in **komplexer Form** angeschrieben, sodass die Differentialgleichung folgende Form annimmt:
$\ddot{x} + 2\cdot\gamma\cdot\dot{x} + \omega_0^2\cdot x = U_0\cdot exp(i\cdot\Omega\cdot t)$, mit U_0 als reeller Amplitude.

a) Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung im **stationären Zustand** mittels des **komplexen Ansatzes** $x(t) = \hat{A}\cdot exp(i\cdot\Omega\cdot t)$, mit der komplexen, zeitunabhängigen Amplitude $\hat{A}$.
b) Berechnen Sie **Real- und Imaginärteil von** $\hat{A}$ und interpretieren Sie diese.
c) Berechnen Sie **Real- und Imaginärteil von** $x(t)$ und interpretieren Sie diese.

(Lösung: $Re\,x(t) = \frac{U_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + (2\cdot\gamma)^2\cdot\Omega^2}}\cdot\left[\cos\psi\cdot\cos(\Omega\cdot t) + \sin\psi\cdot\sin(\Omega\cdot t)\right], \quad \tan\psi = \frac{2\cdot\gamma\cdot\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$*)*

Bitte Seite wenden!

5. Ein kugelförmiges Gefäß mit dem **Radius *R*** ist zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Durch leichtes Kippen wird das Wasser in Schwingung versetzt. In erster Näherung wird angenommen, dass die Flüssigkeit **eine starre Halbkugel** ist, welche um die Achse *A* (siehe Skizze) schwingt. Dieses System stellt somit ein **physikalisches Pendel** dar. Bei bekanntem Trägheitsmoment um die Achse *A* kann die Bewegung des Körpers vollständig durch die Bewegung des Schwerpunktes S beschrieben werden.



a) Berechnen Sie allgemein die **Eigenfrequenz** des Physikalischen Pendels.
b) Berechnen Sie die **Eigenfrequenz** und die **Periodendauer** der Schwingung für ***R* = 3 cm**.
(Lösung.: f_0 = 2,79 Hz)

Das System wird nun durch **permanente hin und her Bewegung angeregt**.

c) Wie groß muss der Dämpfungsfaktor γ sein, damit bei der **Resonanzfrequenz** die Amplitude der Flüssigkeit **maximal das Doppelte der Amplitude bei geringer Anregungsfrequenz ist**?
(Lösung.: $\gamma = 4{,}53\ \mathrm{s}^{-1}$)

6. Man ermittle die **Eigenschwingungen** und **Frequenzen** für die **gekoppelten Federn (Federkonstanten *K*, *K'*) und Massen**, die reibungsfrei auf einer Fläche gleiten (siehe Skizze). Im Gleichgewicht sind die Federn entspannt. Für die Massen gilt $M_1 = M_2 = M$.