Mit den folgenden Beispielen sollten Sie sich bis zur nächsten Übung auseinandersetzen. Sie dienen zur Vorbereitung auf den Test und werden - je nach Situation - entweder vollständig oder teilweise von ***Studierenden*** *vorgerechnet. Bedenken Sie die Möglichkeit,* ***selbst*** *eines der Beispiele vorzurechnen, um die nötige Mitarbeitsleistung zu erbringen.*

1. **Peter und Rolf - Episode 1: Das Wettschwimmen.** Die Zwillinge Peter und Rolf sind zwei *gleich schnelle* und ausdauernde Schwimmer. Sie schaffen beide die *Geschwindigkeit* von **1 ms^{-1}**. Sie wollen über einen Fluß schwimmen, der **100 m** breit, **10 m** tief und **16 °C** kalt ist, um ihr Boot zu erreichen. Der Fluss hat eine **(konstante) Fliessgeschwindigkeit von 80 cms^{-1}**.
Peter schwimmt *schräg flußaufwärts*, sodaß er den Fluß überquert, *ohne abgetrieben* zu werden. Er nimmt also den *kürzesten* Weg.
Rolf schwimmt immer *senkrecht zum Ufer*, wird dabei aber durch die Strömung *flußabwärts getrieben*.

a) Man berechne allgemein, wer von den beiden zuerst am anderen Ufer ankommt, wenn beide gleichzeitig losschwimmen. Beeinflußt die Bewegungskomponente *in Flußrichtung* die Schwimmzeit der beiden? Welche Anforderung muss die Fließgeschwindigkeit erfüllen, damit die Angabe einen Sinn macht?
b) Man berechne die Schwimmzeit der beiden mit den obigen Zahlenwerten.
(Lsg.: $t_{\text{Peter}} = 167$ s; $t_{\text{Rolf}} = 100$ s*)*

Hinweis: Es ist hilfreich, von beiden Schwimmern ein Geschwindigkeitsdiagramm zu zeichnen.

2. Gegeben ist der Vektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Man berechne:
a) die *Länge* des Vektors $\vec{a}$; *(Lösung: $\sqrt{14}$)*
b) die *Länge* der *Projektion* von $\vec{a}$ auf die *x,y-Ebene; (Lösung: $\sqrt{10}$)*
c) einen *Vektor* $\vec{b}$ in der *x,y-Ebene,* welcher *senkrecht* zum Vektor $\vec{a}$ steht;
d) den *Einheitsvektor* von $\vec{b}$;
e) das *Skalarprodukt* von $\vec{a}$ mit dem Vektor $\vec{c} = (2,0,0)$; *(Lösung: 6)*
f) das *Vektorprodukt* $\vec{a} \times \vec{c}$ *(Lösung: (0,4,-2))*.

3. **Peter und Rolf am Flughafen.** Peter und Rolf sind auf dem Weg zu ihrem Flugsteig. Beide gehen mit der **gleichen Geschwindigkeit** ($v_R = v_P$), bis sie bei einem **Laufband** der Länge L ankommen. Der sportliche Peter will den vollen Weg zu Fuß gehen, während Rolf das Laufband benutzt. Auf dem Laufband **geht Rolf immer noch mit der ursprünglichen Geschwindigkeit weiter**.
Auch Peter **behält seine Geschwindigkeit zunächst bei**, bis er bemerkt, dass **direkt am Beginn des Laufbandes** ein Passant gestürzt ist. Er dreht sich rasch um und läuft mit der **doppelten Geschwindigkeit** zurück, um Hilfe zu leisten.
Am Anfang des Laufbandes angekommen, sieht Peter, dass Rolf das **Ende des Laufbandes** erreicht hat.

a) Man fertige eine **Situationsskizze** an und formuliere die oben gegebenen Beziehungen zwischen den einzelnen Geschwindigkeiten mathematisch. Weiters definiere man die Bezugssysteme des Problems.
b) Man berechne zunächst **Peters Umkehrposition** x_U, **bezogen auf die Länge** L **des Laufbandes** für eine **beliebige Geschwindigkeit** v_L **des Laufbandes**.
c) Man berechne die Umkehrposition x_U für $v_L = v_R$ *(Lösung:* $x_U = L/3$*)*.

Hinweis: Die Zeit, welche Peter zum Umdrehen und zum Zurückschauen benötigt, ist vernachlässigbar

Bitte Seite wenden!

4. Zwei Schiffe (1) und (2) bewegen sich aufeinander zu. Mit Hilfe von Geschwindigkeitsmessung und Kompass werden folgende *Geschwindigkeitsvektoren* bestimmt:

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{n.m.h}^{-1},\ \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{n.m.h}^{-1}. \qquad \text{(1 n.m. = 1 nautische Meile = 1,852 km)}$$

Durch Peilung um 12:30 Uhr wird auch ihre *Position* ermittelt:

$$\vec{r}_1(0) = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{n.m.}\ \vec{r}_2(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} \text{n.m.}$$

a) Der Vektor $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ gibt die *Lage* des Schiffs (2) relativ zum Schiff (1) an. Man bestimme ihn als *Funktion der Zeit.*

b) Wann und wo haben die beiden Schiffe den geringsten *Abstand* voneinander?

(<u>Lösung</u>: ca. 1 h 9 min *nach* 12:30 *Uhr, d. i. um* 13:39 *Uhr. Schiff (1) ist bei* $\begin{pmatrix} -0{,}69 \\ 0 \end{pmatrix}$ n.m., *Schiff (2) bei* $\begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}46 \end{pmatrix}$ n.m. *Relativabstand:* $\left|\begin{pmatrix} 0{,}69 \\ 0{,}46 \end{pmatrix}\right|$ n m.*)*

c) Wird der Sicherheitsabstand von 1 n.m. unterschritten?

<u>Hinweise</u>: Wir vernachlässigen die Erdkrümmung, sodass wir ein zweidimensionales, ebenes Problem erhalten. Es ist ratsam, den Zeitpunkt der Peilung möglichst einfach zu wählen (z. B.: $t = 0$ h; t ist dann die Zeit in Stunden nach 12:30 Uhr. Es gibt prinzipiell verschiedene Möglichkeiten, diese Aufgabe zu lösen, die sich im Rechenaufwand unterscheiden.

5. **Abschätzen einer alltäglichen Verkehrssituation.** Ein PKW fährt auf einer Bundesstraße mit konstantem Sicherheitsabstand $\boldsymbol{d}$ **= 40 m** hinter einem LKW ($\boldsymbol{l}$ **= 25 m**) mit der konstanten Geschwindigkeit von **80 kmh^{-1}** her. Als der PKW-Fahrer eine **300 m** lange freie Strecke einsehen kann, setzt er zum Überholen an. Dabei beschleunigt er mit $\boldsymbol{a}$ **= 1,3 ms^{-2}** bis auf $\boldsymbol{v}$ **= 100 kmh^{-1}**.

a) Bevor Sie rechnen, schätzen Sie ab: schafft er das Überholen gefahrlos?
b) Wie lange sind Überholzeit und Überholweg, wenn auch beim Wiedereinordnen der Sicherheitsabstand von **40 m** eingehalten werden soll? *(<u>Lösung</u>:* $t_{Ü}$ = 21 s*;* 573 m*)*
c) Man zeichne ein $\boldsymbol{s(t)}$**-** und ein $\boldsymbol{v(t)}$**-Diagramm.**

6. **Navigationssystem:** Ein GPS-Navigationssystem erlaubt die Eingabe von Positionen auf der Karte in **Längen- und Breitengraden**. Diese können mit einer maximalen Genauigkeit von **Bogensekunden** angegeben werden.
a) Wo weisen diese Positionsangaben die **maximale Ungenauigkeit in Metern** auf und wie groß ist diese? Warum ist die Ungenauigkeit **ortsabhängig**? *(<u>Lösung</u>: ca. 30 m sowohl in N/S als auch in O/W-Richtung)*
b) Sie befinden sich an einer Position mit den GPS-Koordinaten des **Breitengrades** von **48° 7' 13" nördlicher Breite** und des **Längengrades** von **16° 19' 30"**. Bestimmen Sie die Komponenten des Radiusvektors dieses Ortes in einem rechtshändigen kartesischen Koordinatensystem unter der Annahme, dass die Erde vollkommen kugelförmig ist.
<u>Hinweis</u>: Für den Erdradius verwende man einen Wert von 6300 km; Die x-Koordinate des kartesischen Koordinatensystems liege in der Ebene des Nullmeridians.