1. **Ein einfaches Planetensystem:** Zwei Planeten umkreisen ihr Zentralgestirn auf kreisförmigen Bahnen. Der **innere** mit der **Winkelgeschwindigkeit ω_1** am **Bahnradius r_1** der **äußere mit ω_2** auf **r_2**. Bestimmen Sie

a) Die Entfernung der beiden Planeten in **Konjunktion** (geringste Distanz) und **Opposition** (größte Distanz).

b) Die Entfernung der beiden Planeten $|\vec{r}_{12}|$ **zu jedem beliebigen Zeitpunkt *t***.

(<u>Lösung</u>: $|\vec{r}_{12}| = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot cos(\omega_1 - \omega_2) \cdot t}$)

Der **zeitliche Nullpunkt** werde in den **Zeitpunkt der Konjunktion** gelegt. Bestimmen Sie für beide Fälle, $\omega_1 > \omega_2$ und $\omega_1 < \omega_2$ allgemein

c) Die **Zeitpunkte t_n für die *n*-te Konjunktion bzw. Opposition** (n = 0 bezeichne den Startzeitpunkt, d. h. t_0 = 0). *(<u>Lösung</u>: $\omega_1 - \omega_2 > 0 : t_n = \frac{n \cdot \pi}{\omega_1 - \omega_2}$; die Lösung für $\omega_1 - \omega_2 < 0$ ist analog zu ermitteln)*

d) Liefern Sie eine mathematische Begründung, dass für ***n* = 0, 2, 4, …** **Konjunktionen** und für ***n* = 1, 3, 5, …** **Oppositionen** sowohl für $\omega_1 > \omega_2$ als auch für $\omega_1 < \omega_2$ vorliegen.

2. **a)** Ein **Auto** fährt mit einer Geschwindigkeit von **100 kmh^{-1}** gegen einen Baum.

➔ Aus welcher Höhe müßte es fallen, um mit derselben Geschwindigkeit auf dem Boden aufzuschlagen? *(<u>Lösung</u>:* 39,33 m*)*.

b) Ein **Aufzug** bewegt sich mit einer Beschleunigung von **1,6 ms^{-2}** abwärts. Die Abdeckung der Deckenbeleuchtung fällt auf den **3 m** tieferen Boden. In dem Augenblick, in dem sie zu fallen beginnt, bemerkt ein Passagier, daß die Abdeckung seinen Fuß treffen wird.

➔ Wie lange hat er Zeit, um seinen Fuß aus der Fallstrecke zu bekommen? *(<u>Lösung</u>:* 0,85 s*)*

3. Aus einem schräg **nach unten** zeigenden Wasserspeier fließt Regenwasser mit der Geschwindigkeit **v_0 = 0,8 ms^{-1}** und unter dem Winkel **α_0 = 60°** gegenüber der Vertikalen ab. Der Ausfluss befindet sich in der Höhe ***h* = 12 m** über dem Boden und in der Entfernung **x_0 = 0,75 m** von der Gebäudewand.

a) Stellen Sie die allgemeinen Gleichungen für $\vec{r}(t)$ und $\vec{v}(t)$ auf (in *Komponenten*).

b) Berechnen Sie die Fallzeit *(<u>Lösung</u>:* 1,5 s*)*.

c) In welcher Entfernung **x_1** von der Gebäudewand trifft das Wasser am Erdboden auf? *(<u>Lösung</u>:* 1,8 m*)*

4. Ein Ball soll vom Punkt **P_0** (**x_0 = 0**, **y_0 = 0**) unter dem Winkel **α_0 = 45°** zur Horizontalen schräg nach oben geworfen werden.

a) Stellen Sie die **Bahngleichung *y*(*x*)** auf!

b) Wie groß muß die **Abwurfgeschwindigkeit v_0** sein, wenn der Punkt **P_1** (**x_1 = 6,0 m**, **y_1 = 1,5 m**) erreicht werden soll? *(<u>Lösung</u>:* 8,86 ms^{-1}*)*

c) Welcher **Winkel α_0´** und welche **Abwurfgeschwindigkeit v_0´** müssen gewählt werden, wenn der Ball in **horizontaler Richtung in P_1** einlaufen soll (P_1 ... Scheitelpunkt)? *(<u>Lösung</u>:* 26,57°, 12,13 ms^{-1}*)*

<u>Bitte Seite wenden!</u>

5. Eine **Weitspringerin** läuft mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v_{Anlauf}}$ **= 18 kmh^{-1}** zum Absprungpunkt. Dort springt sie mit der Kraft $\boldsymbol{F_{Absprung}}$ **= 1000 N** ab. Der Absprungvorgang soll in der Zeit $\mathbf{d}\boldsymbol{t_{Absprung}}$ **= 0,2 s** erfolgen. Die Masse der Läuferin beträgt ***m*** **= 57 kg**, ihr Körperschwerpunkt liege bei ***h*** **= 1 m** über dem Boden.

a) Man bestimme die **resultierende Gesamtgeschwindigkeit** $\vec{v}_{\text{resultierend}}$ beim Absprung.
(Lösung: $v_x = 5\ \text{ms}^{-1}$, $v_y = 3{,}5\ \text{ms}^{-1}$)
b) Berechnen Sie den **Absprungwinkel** α. *(Lösung:* 35°*)*
c) Wie lange beträgt die **Flugzeit** ***t***? *(Lösung:* 0,9 s*)*
d) Wie weit springt die Springerin (Körperschwerpunkt)? *(Lösung:* 4,7 m*)*

Hinweis: Nehmen Sie an, daß die Absprungkraft senkrecht wirkt. Die Sprungweite ergibt sich aus dem Abstand vom Absprungpunkt bis zu jenem Punkt, an dem der Körperschwerpunkt den Boden erreicht.

6. **Schräger Wurf mit Anfangshöhe:** Berechnen Sie die **Wurfweite** ***w*** für einen Massenpunkt, der im homogenen Schwerefeld von der **Höhe** $\boldsymbol{h_0}$ unter einem **Winkel** α mit einer **Geschwindigkeit** $\boldsymbol{v_0}$ geworfen wird. Bestimmen Sie aus der allgemeinen Wurfweite $\boldsymbol{w(\alpha)}$ jenen **Abwurfwinkel** $\boldsymbol{\alpha_{max}}$**,** unter dem die **maximale Wurfweite** $\boldsymbol{w_{max}}$ erzielt wird. Wie weicht $\boldsymbol{\alpha_{max}}$ vom Optimalwinkel für $h_0 = 0$ ab? Berechnen Sie α_{max} für $\boldsymbol{h_0}$ **= 10 m und** $\boldsymbol{v_0}$ **= 10 m/s.** *(Lösung:* $\alpha_{max} = 30{,}16°$*)*