**1.** **Anfangsbedingungen:** man bestimme allgemein die **Auslenkung $x(t)$** eines gedämpften harmonischen Oszillators mit der **Anfangsauslenkung $x(t = 0) = x_0$** und **der Anfangsgeschwindigkeit $v$ ($t$ = 0) = 0** für

**a)** starke Dämpfung (*Lösung:* $x(t) = \mathrm{e}^{-\gamma t}\left[\frac{x_0(\omega+\gamma)}{2\omega}\mathrm{e}^{\omega t} + \frac{x_0(\omega-\gamma)}{2\omega}\mathrm{e}^{-\omega t}\right], \quad \omega = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$ )

**b)** den aperiodischen Grenzfall (*Lösung:* $x(t) = x_0[1+\gamma t]\mathrm{e}^{-\gamma t}$ )

**c)** schwache Dämpfung (*Lösung.:* $x(t) = x_0 \cdot \frac{\omega_0}{\omega} \cdot e^{-\gamma \cdot t} \cdot \cos\left[\omega \cdot t + a\tan\left(-\frac{\gamma}{\omega}\right)\right]$).

**2.** Der **Quotient zweier aufeinanderfolgender Amplituden** eines Massenpunktes ist **2**. Die Periodendauer der gedämpften Schwingung beträgt ***T* = 0,5 s**.

**a)** Berechnen Sie das **logarithmische Dekrement** $\delta$, sowie den **Dämpfungskoeffizienten** $\gamma$. (*Lösung:* $\delta$ = 0,693, $\gamma$ = 1,386 $s^{-1}$)
**b)** Wie groß wäre die Periodendauer ***T*** der *ungedämpften Schwingung*? (*Lösung:* $T$ = 0,497 s)

**3.** Eine masselose Feder, an der *kein* Gewicht befestigt ist, hängt von der Decke herab. Ihre *Länge* beträgt ***l* = 20 cm**. Nun wird eine Masse ***m*** am unteren Ende der Feder angebracht. Wir unterstützen zunächst das Massestück mit der Hand, sodass die Feder ungespannt ist. Dann entfernen wir die Hand ruckartig – die Masse und die Feder beginnen zu schwingen. Der tiefste Punkt, den die Masse während der Schwingungen erreicht, liegt **10 cm** unterhalb der **Ausgangslage**.

**a)** Wie groß ist die Schwingungsfrequenz? (*Lösung:* $f$ = 2,23 Hz)
**b)** Wie groß ist die Geschwindigkeit, wenn die Masse sich **5 cm** unterhalb ihrer **Ausgangslage** befindet? (*Lösung:* $v$ = 70 $\mathrm{cms}^{-1}$)

Nun wird eine zweite Masse mit **30 dag** zur ersten hinzugefügt, was eine Gesamtmasse von ***m* + 30 dag** ergibt. Wenn dieses System schwingt, so ist seine Frequenz halb so groß wie die der Masse ***m*** allein.

**c)** Wie groß ist ***m***? (*Lösung:* $m$ = 10 dag)
**d)** Wo ist die neue Gleichgewichtslage? (*Lösung:* 15 cm unterhalb der alten Lage)

**4.** **Wägung mittels Frequenzverschiebung:** Erfährt ein harmonischer Oszillator (Federkonstante $D$) mit der Eigen(kreis)frequenz $\omega_0$ einen Massenzuwachs um $\Delta m$, so ändert sich die Eigen(kreis)frequenz von $\omega_0$ auf $\omega_1$.

**a)** Man berechne allgemein $\Delta m$ in Abhängigkeit von der Änderung der Eigen(kreis)frequenz.
**b)** Man berechne $\Delta m$ für $D$ **= 10 kNcm$^{-1}$** wenn sich die Frequenz von **$f_0$ = 10 MHz** auf **$f_1$ = 9,5 MHz** verschiebt. (*Lösung:* $\Delta m$ = 27.4 ng)

**5.** **Langstreckenverkehrssystem:** Zeigen Sie, unter der Annahme einer **homogenen Dichte der Erdkugel** und unter **Vernachlässigung der Erddrehung**, dass, wenn Sie einen **geraden Schacht** von einem **beliebigen Punkt der Erdoberfläche zu einem anderen** bohren, die Reisezeit für einen reibungsfrei zwischen den beiden Punkten gleitenden Körper immer **gleich lange ist und etwa 45 Minuten beträgt**.

*Hinweis: Erdradius $R$ = 6371 km, Erdmasse $M_E$ = 5,97·10$^{24}$ kg.*

**6.** **Fahrstuhl durch den Erdmittelpunkt:** Durch den Mittelpunkt der Erde werde ein Loch gebohrt, in dem sich **reibungsfrei**, aber **unter Kontakt mit den Wänden**, eine Liftkabine bewegen kann.

**a)** Man zeige **unter Vernachlässigung der Erddrehung**, dass die Kabine, wenn sie an der Erdoberfläche losgelassen wird, eine **harmonische Schwingung zwischen Startpunkt und Antipode** ausführt. Man bestimme die **Periodendauer *T***, die **Höchstgeschwindigkeit der Kabine $v_{max}$** und ihre **vollständige Weg/Zeitkurve** unter Berücksichtigung der **Anfangsbedingungen**.
*(Lösung: $T = 84{,}39$ min, $v_{max} = 28460{,}91$ km/h)*

**b)** Weiters zeige man, dass sich auch bei **Berücksichtigung der Erddrehung**, und wenn das Loch unter einem **beliebigen Winkel $\alpha$** zur Erdachse (allerdings immer noch **durch den Erdmittelpunkt**) verläuft, nur die Periodendauer verändert, nicht aber der harmonische Charakter der Schwingung.

**c)** Von welchen Orten in **Europa** können Sie **Festland auf der Südhalbkugel der Erde** mit Hilfe eines solchen Schachtes erreichen. Berechnen Sie seinen ungefähren **Neigungswinkel $\alpha$** sowie die daraus resultierende **Reisezeit $T_R$**. *(Lösung: $\alpha = 50°$, $T_R = 42{,}237$ min)*

*Hinweis: Erdradius $R = 6371$ km, Erdmasse $M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg; Die Dichte der Erde sei als homogen angenommen; eine Antipodenkarte findet sich z. B. unter https://deacademic.com/pictures/dewiki/65/Antipodenkarte4.jpg*