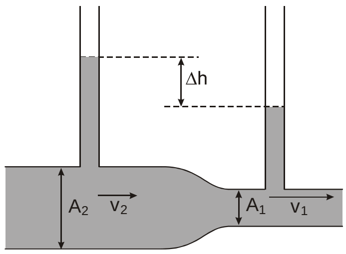
1. **Freier Fall mit Reibung:** Im Falle einer **laminaren Strömung** ist die Reibungskraft $\vec{F}_R$ proportional und entgegengesetzt zur Richtung der Geschwindigkeit $\vec{v}$ eines in einem Medium bewegten Körpers (**Stokes'sche Reibung**). Im Falle einer **turbulenten Strömung** ist die Reibungskraft $\vec{F}_R$ ebenfalls entgegengesetzt zur Richtung von $\vec{v}$, ihr Betrag ist allerdings proportional zu v^2 (**Newton'sche Reibung**). Die Proportionalitätskonstante für Stokes'sche Reibung sei β, jene für Newton'sche Reibung sei γ.

a) Für einen im **homogenen Schwerefeld der Erde** fallenden Körper der **Masse *m*** skizzieren Sie Beträge und Richtungen aller auftretenden **Kräfte** sowie der **Fallgeschwindigkeit**. Formulieren Sie die zu den beiden Fällen gehörigen Bewegungsgleichungen in vektorieller Form. Die Fallrichtung liege entlang der *y*-Achse, die y-Achse zeige nach oben.
(<u>Lösung</u>: Stokes: $m \cdot \dot{v}_y = -m \cdot g - \beta \cdot v_y$*; Newton:* $m \cdot \dot{v}_y = -m \cdot g + \gamma \cdot v_y^2$*)*

b) Ermitteln Sie durch Lösen der **Bewegungsgleichung** für den Fall der **Stokes'schen Reibung** die Geschwindigkeit des frei fallenden Körpers in Abhängigkeit von der Zeit, *v(t)*. Die Anfangsgeschwindigkeit sei v_0. *(<u>Lösung</u>:* $v(t) = -\frac{m \cdot g}{\beta} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\beta}{m} \cdot t}\right) + v_0 \cdot e^{-\frac{\beta}{m} \cdot t}$*)*

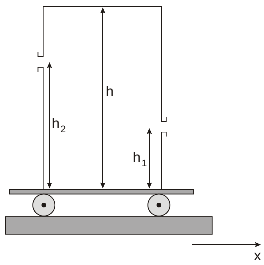
c) Ermitteln Sie die **Endgeschwindigkeiten v_E** des frei fallenden Körpers für die beiden Fälle.
(<u>Lösung</u>: Stokes: $v_e = -\frac{m \cdot g}{\beta}$*; Newton:* $v_e = -\sqrt{\frac{m \cdot g}{\gamma}}$*)*

2. Durch ein horizontal verlegtes Rohr mit ungleichen Querschnitten $\boldsymbol{A_1 = 10\ \text{cm}^2}$ und $\boldsymbol{A_2 = 20\ \text{cm}^2}$ strömt Wasser (siehe Abbildung 1). Die beiden Schenkel eines hier angebrachten Flüssigkeitsmanometers weisen eine Höhendifferenz der Wasserspiegel von $\boldsymbol{\Delta h = 20\ \text{cm}}$ auf.



➔ Man berechne, welche Wassermenge während einer Sekunde durch das Rohr fließt! *(<u>Lösung</u>:* 2,3 ls^{-1}*)*

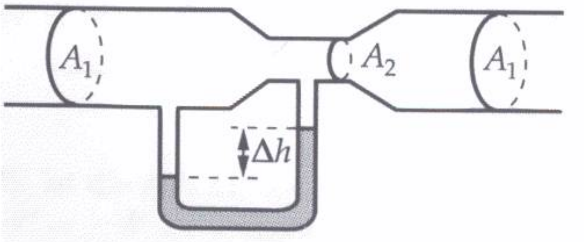
3. Auf einem Wagen steht ein zylindrisches Gefäß, das bis zu einer Höhe $\boldsymbol{h = 100\ \text{cm}}$ mit Wasser gefüllt ist (siehe Skizze). Im Gefäß sind an einander gegenüberliegenden Stellen in der Höhe $\boldsymbol{h_1 = 25\ \text{cm}}$ und $\boldsymbol{h_2 = 50\ \text{cm}}$ zwei gleiche Ventile mit Öffnungen von je **10 cm²** Querschnittsfläche angebracht.



➔ In welcher Größe und Richtung muss eine Kraft ***F*** auf den Wagen ausgeübt werden, damit sich dieser bei geöffneten Ventilen nicht von der Stelle bewegt? *(<u>Lösung</u>:* $\vec{F} = 4{,}905 \cdot \hat{x}$ N*)*

<u>Bitte Seite wenden!</u>

4. Durch eine Rohrleitung mit der Querschnittsfläche $\boldsymbol{A_1}$ **= 100 cm²** strömt Luft (ρ **= 1,3 kgm⁻³**) mit der Durchflussmenge $\boldsymbol{I}$ **= 2,0 m³min⁻¹**. In der Rohrleitung befindet sich eine Verengung mit der Querschnittsfläche $\boldsymbol{A_2}$ **= 20 cm²** (*Venturi-Rohr*).



a) Mit welcher Geschwindigkeit $\boldsymbol{v_1}$ strömt die Luft durch das Rohr? (*Lösung:* 3,3 ms⁻¹)

b) Welche Höhendifferenz Δh zeigt der Wasserspiegel des angeschlossenen Manometers an? (*Lösung:* 1,8 cm)

5. Ein Stahlstab mit einem Querschnitt $\boldsymbol{A}$ **= 2 cm²** soll von **0 °C** auf **50 °C** erhitzt und danach wieder auf seine ursprüngliche Temperatur abgeschreckt werden.

➔ Welche in Achsrichtung angreifende minimale Kraft muss auf den Stab einwirken, damit er sich bei der Abkühlung nicht verkürzt ($\boldsymbol{E = 2{,}1 \cdot 10^5}$ **Nmm⁻² = konst.**; $\boldsymbol{\alpha = 12 \cdot 10^{-6}}$ **K⁻¹**)? (*Lösung:* 25,2 kN)

6. Ein dünnwandiger Stahlring (Elastizitätsmodul $\boldsymbol{E = 2{,}06 \cdot 10^5}$ **MPa**, Zerreißfestigkeit $\boldsymbol{\sigma_B}$ **= 675 MPa**, linearer Ausdehnungskoeffizient $\boldsymbol{\alpha = 12 \cdot 10^{-6}}$ **K⁻¹**) soll auf eine Welle von **40 mm** Durchmesser aufgeschrumpft werden. Dabei soll die im Ring auftretende Zugspannung den Wert von $\boldsymbol{0{,}3\sigma_B}$ nicht überschreiten.

a) Wie groß muss der Innendurchmesser $\boldsymbol{d_0}$ des kalten Ringes vor dem Aufschrumpfen mindestens sein? (*Lösung:* 3,996 cm)

b) Wie groß muss die Mindesttemperaturdifferenz zwischen Ring und Welle sein, damit sich ein Ring mit dem in Punkt (a) berechneten Mindestdurchmesser aufschrumpfen läßt? (*Lösung:* 82 K)