Grundlagen der Physik Ia - Übungen

Ass.Prof. Dr. R.A. Wilhelm
wilhelm@iap.tuwien.ac.at
TU Wien - Grundlagen der Physik (130.001) 2022W

INSTITUT FÜR ANGEWANDTE PHYSIK
Institute of Applied Physics

17.11.2022

Aufgabe 6.1 - 2 Pkt.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinden sich 4 Kugeln der Masse $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 4\,\mathrm{kg}$, $m_3 = 3\,\mathrm{kg}$ und $m_4 = 1\,\mathrm{kg}$ an den Positionen

$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{m}, \ \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{m}$$
$$\vec{r}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \mathrm{m}, \ \vec{r}_4 = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \mathrm{m}$$

(a) Berechnen Sie den Massenschwerpunkt des Systems zum Zeitpunkt $t = 0$.
(b) Die einzelnen Kugeln des Systems bewegen sich nun mit konstanten Geschwindigkeiten

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{m/s}, \ \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{m/s}$$
$$\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mathrm{m/s}, \ \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \mathrm{m/s}$$

Berechnen Sie die Schwerpunktsgeschwindigkeit des Systems.

Lösung: (a) $\vec{r}_s = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 3.8 \\ 1.3 \end{pmatrix} \mathrm{m}$, (b) $\vec{v}_s = \begin{pmatrix} -0.1 \\ 0.7 \\ 0.4 \end{pmatrix} \mathrm{m/s}$

Aufgabe 6.2 - 3 Pkt.

Jemand bekommt bei einem Picknick eine Bierdose gereicht und überlegt, bevor er sie auf einen unebenen Boden stellt: „Jetzt ist der Schwerpunkt auf halber Höhe; trinke ich etwas ab, so sinkt der Schwerpunkt, also steht die Bierdose besser; wenn sie ganz leer ist, liegt der Schwerpunkt aber wieder auf halber Höhe“. Bei welcher Füllhöhe h wird der Schwerpunkt am tiefsten liegen?
Nehmen Sie an, dass die leere Bierdose Zylinderform und eine homogene Massenverteilung bei einer Masse von $m_L = 100\,\mathrm{g}$ habe. Die volle Bierdose (Dose + Bier) habe eine Masse von $m_V = 400\,\mathrm{g}$.
Rechnen Sie zunächst analytisch und setzen Sie erst dann die numerischen Werte in ihr Ergebnis ein.

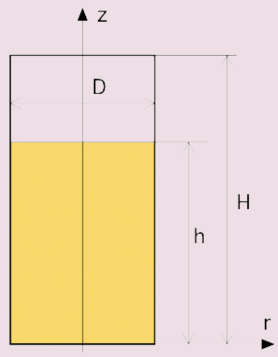

Figure 1: Skizze des Problems.

Lösung: $h = H/3$

Aufgabe 6.3 - 3 Pkt.

Zwei Massen ($m_1 = 85\,\mathrm{g}$, $m_2 = 200\,\mathrm{g}$), die sich nur in einer Ebene bewegen können, stoßen zusammen. Die Anfangsbedingungen lauten

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 6.4 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{cm/s} \text{ und } \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -6.7 \\ -2 \end{pmatrix} \mathrm{cm/s}$$

(a) Berechnen Sie den Gesamtimpuls.
(b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Schwerpunktes.
(c) Berechnen Sie die Geschwindigkeiten im Schwerpunktsystem.
(d) Nach dem Stoß sei $\vec{v}_2' = \begin{pmatrix} -4.4 \\ 1.9 \end{pmatrix} \mathrm{cm/s}$. Wie groß ist dann $\vec{v}_1'$ und welchen Winkel schließt es mit der x-Achse ein?
(e) War dieser Stoß elastisch oder inelastisch?

Lösung: (a) $\begin{pmatrix} -7.96\,\mathrm{kg\,m/s} \\ -4\,\mathrm{kg\,m/s} \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$, (b) $\begin{pmatrix} -2.79 \\ -1.4 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m/s}$, (c) $\begin{pmatrix} 9.19 \\ 1.4 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m/s}$ und $\begin{pmatrix} -3.91 \\ -0.6 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m/s}$, (d) $\vec{v}_1' = \begin{pmatrix} 0.99 \\ -9.2 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m/s}$ und $\varphi = -83.9°$

Aufgabe 6.4 - 2 Pkt.

Ein dünnes homogenes Blech konstanter Dicke, bestehend aus einem Quadrat und zwei Dreiecken und wurde zu nebenstehender Figur gebogen (Maße in cm). Die etwas unglückliche Darstellung zeigt die Flächen I und II um $90°$ nach oben in z-Richtung gebogen.

Wo liegt der Schwerpunkt?

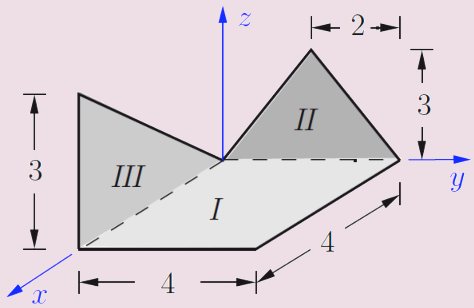

Figure 2: Skizze des Problems.

Lösung: $\vec{r}_s = \begin{pmatrix} 1.71 \\ 1.57 \\ 0.43 \end{pmatrix} \mathrm{cm}$, wenn das Dreieck (III) kein gleichseitiges Dreieck ist (Kante bei $x = 4\,\mathrm{cm}$ ist parallel zur z-Achse.). Man kann die Skizze aber auch falsch verstehen und das Dreieck (III) wäre dann gleich zum Dreieck (II). Dann ergibt sich: $\vec{r}_s = \begin{pmatrix} 1.57 \\ 1.57 \\ 0.43 \end{pmatrix} \mathrm{cm}$

Aufgabe 6.5 - 2 Pkt.

Ein Geschoss (Masse m) trifft zentrisch mit der Geschwindigkeit v auf ein anfangs ruhendes, reibungsfrei gelagertes Brett der Masse M. Es durschlägt das Brett und hat danach die Abfluggeschwindigkeit v'.
(a) Wie groß ist die Geschwindigkeit w' des Bretts nach dem Durchschuss?
(b) Wieviel Energie wird für die Erzeugung des Durchschusslochs benötigt?
Geg.: $M = 10m$, $v' = v/2$.

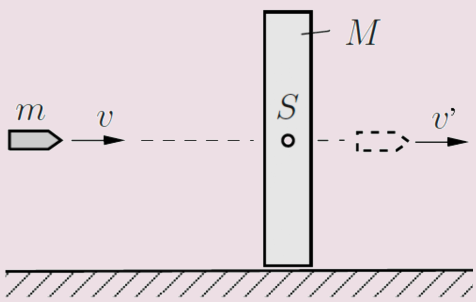

Figure 3: Skizze des Problems.

Lösung: (a) $w' = \frac{v}{20}$, (b) $E_D = \frac{m}{2} v^2 \frac{29}{40}$

Aufgabe 6.6 - 2 Pkt.

Bei der sogenannten Swing-by-Technik wird die Energieübertragung bei einem elastischen Stoß ausgenutzt, um die Energie einer Raumsonde so stark zu erhöhen, dass sie das Sonnensystem verlassen kann. Alle Geschwindigkeiten werden hier in einem Inertialsystem angegeben, bei dem der Sonnenmittelpunkt in Ruhe ist.
Die Abbildung zeigt eine Raumsonde, die sich aus großer Entfernung mit $v_0 = 10.4\,\mathrm{km/s}$ dem Planeten Saturn nähert, der ihr mit $v_S = 9.6\,\mathrm{km/s}$ näherungsweise entgegen kommt. Wegen der Anziehungskraft zwischen Saturn und Sonde schwingt die Sonde um den Saturn herum und rast mit einer Geschwindigkeit v_E (ebenfalls in großer Entfernung zum Saturn) in etwa entgegengesetzter Richtung weiter.

(a) Fassen Sie diesen Vorgang als elastischen Stoß in einer Dimension auf, wobei die Saturnmasse m_S viel größer ist als die Masse der Raumsonde m. Berechnen Sie v_E.
(b) Um welchen Faktor nimmt die kinetische Energie der Raumsonde zu? Woher kommt die zusätzliche Energie?

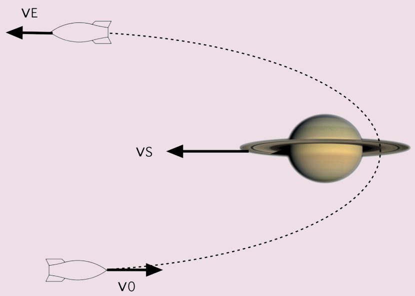

Figure 4: Skizze des Problems.

Lösung: (a) $v_E = -29.6\,\mathrm{km/s}$, (b) 8.1

Aufgabe 6.7 - 2 Pkt

Ein Personenkraftwagen mit $m = 1000\,\mathrm{kg}$ fährt mit einer Geschwindigkeit von $v_m = 15\,\mathrm{m/s}$ auf einer Landstraße nach Osten. Bei einer Kreuzung stößt er mit einem Kleintransporter der Masse $M = 2\,\mathrm{t}$, welcher mit $v_M = 10\,\mathrm{m/s}$ nach Norden fährt zusammen. Da alle Insassen angeschnallt waren wird zwar niemand verletzt, aber die beiden Fahrzeuge sind nach dem Zusammenstoß ineinander verkeilt (plastischer = vollständig inelastischer Stoß).
(a) Mit welcher Geschwindigkeit v' und in welche Richtung bewegen sich die ineinander verkeilten Wracks unmittelbar nach dem Unfall?
(b) Berechnen Sie den Verlust an kinetischer Energie.

Anmerkung: Rechnen sie zunächst analytisch und dann erst numerisch.

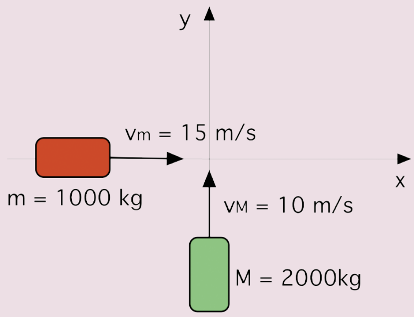

Figure 5: Skizze des Problems.

Lösung: (a) $v' = 8.33\,\mathrm{m/s}$ und $\Theta = 53.1°$, (b) $\Delta E_{kin} = 108.3\,\mathrm{kJ}$

Aufgabe 6.8 - 2 Pkt

Ein Geschoss (Masse $m = 0.2\,\mathrm{kg}$) trifft ein ruhendes Pendel (Masse $M = 10\,\mathrm{kg}$) mit der Geschwindigkeit $v = 50\,\mathrm{m/s}$.

(a) Das Geschoss bleibt im Pendel stecken. Bis zu welcher Höhe h schlägt das Pendel aus?
(b) Bis zu welcher Höhe h schlägt das Pendel aus, wenn das Geschoss nach dem Auftreffen ohne Horizontalgeschwindigkeit herabfällt?
(c) Bis zu welcher Höhe h schlägt das Pendel aus, wenn das Geschoss nach dem Auftreffen mit der Geschwindigkeit $v' = 30\,\mathrm{m/s}$ reflektiert wird?

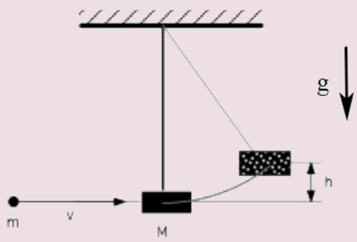

Figure 6: Skizze des Problems.

Lösung: (a) $h = 4.9\,\mathrm{cm}$, (b) $h = 5.1\,\mathrm{cm}$, (c) $h = 13\,\mathrm{cm}$