

Aufgabe 8.1 - 2 Pkt.

Eine homogene Leiter (Gewicht G , Länge l) lehnt an einer glatten Wand reibungsfrei. Am Fußpunkt (glatter Boden, d.h. ebenfalls reibungsfrei) greift eine Kraft F an.

Wie groß muss F sein, damit unter dem Winkel α Gleichgewicht herrscht (Gleichgewicht bedeutet, dass sich die Leiter nicht bewegt oder dreht)?

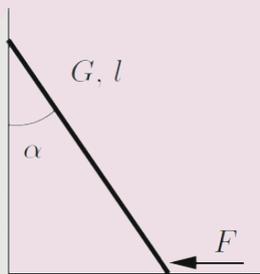


Figure 1: Skizze des Problems.

Lösung: $F = \frac{1}{2}G \tan \alpha$

Aufgabe 8.2 - 2 Pkt.

Zeigen sie, dass das Trägheitsmoment I eines homogenen Halbzylinders bezüglich seiner Achse durch den Mittelpunkt des Kreises gegeben ist durch $I = m \cdot R^2/2$.

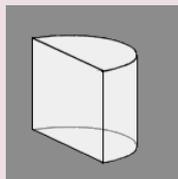


Figure 2: Beispielbild eines mathematischen Halbzylinders.

Aufgabe 8.3 - 3 Pkt.

In einem Graben mit rechtwinkligen Wänden, dessen eine Wand um den Winkel α gegen die Horizontale geneigt ist, liegt ein Brett der Länge l (siehe Skizze). Das Brett hat die Masse M und kann reibungsfrei an den Wänden des Grabens entlang gleiten. Auf dem Brett steht eine Person der Masse m . In welchem Abstand x vom einen Ende des Brettes muss die Person stehen, damit das Brett horizontal liegen bleibt?

Hinweis: Wenn ein Objekt reibungsfrei auf einer Fläche gleiten kann, dann übt die Fläche auf das Objekt nur eine zur Fläche senkrechte Kraft aus. (Zur Fläche senkrecht bedeutet, dass die Kraft wirkt parallel zur Oberflächennormalen wirkt.)

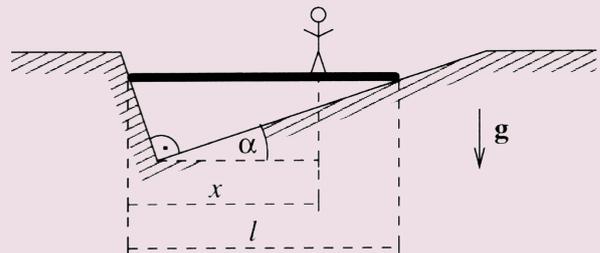


Figure 3: Skizze des Problems.

Die Lösung lässt sich folgendermaßen ausdrücken: $x = \frac{l}{2} \left(1 + \left(\frac{M+m}{m} \right) \cos(2\alpha) \right)$.
 Hinweis: $\cos^2 x = 1/2 + 1/2 \cos(2x)$.

Aufgabe 8.4 - 3 Pkt.

Ein wichtiges Stück eines Maschinenteils ist zunächst eine flache, homogene zylindrische Scheibe mit dem Radius R_0 und der Masse M . Dann wird ein rundes Loch mit dem Radius R_1 in die Scheibe gebohrt (siehe Abbildung). Der Mittelpunkt des Lochs hat einen Abstand h vom Mittelpunkt C der Scheibe.

Ermitteln Sie das Trägheitsmoment dieser Scheibe mit außermittigem Loch I_{ges} , wenn es sich um ihrem Mittelpunkt C dreht.

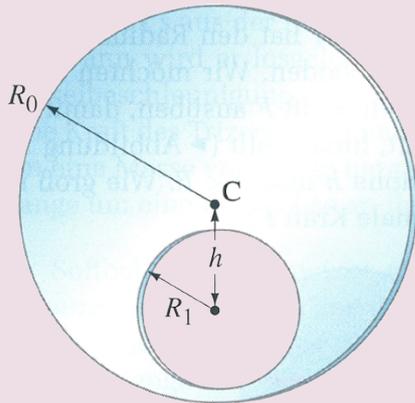


Figure 4: Skizze des Problems.

Lösung: $I_{ges} = m \frac{R_0^4 - R_1^2(R_1^2 + 2h^2)}{2(R_0^2 - R_1^2)}$ mit m der Masse des Maschinenteils nachdem das Loch gebohrt wurde.

Aufgabe 8.5 - 2 Pkt.

Bei dem dargestellten System ist eine homogene Rolle der Masse m mit einem nicht dehnbarem Seil über eine masselose Umlenkrolle mit einem Körper der Masse M verbunden. Die Achse der Rolle kann sich frei drehen, sodass die Rolle am Keil abrollen kann ohne zu gleiten.

Berechnen sie die Beschleunigung des Körpers.

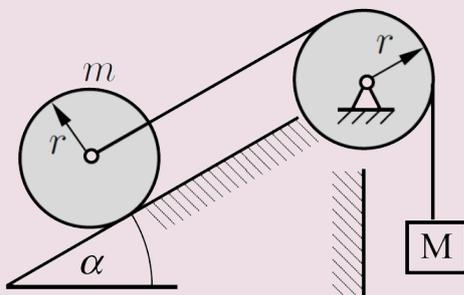


Figure 5: Skizze des Problems.

Lösung: $a = g \frac{M - m \sin \alpha}{M + \frac{3}{2}m}$

Aufgabe 8.6 - 2 Pkt.

Eine Person von 85 kg steigt in ein Auto der Masse 2400 kg. Dabei federt der Wagen um 2.35 cm durch. Mit welcher Frequenz wird das Auto mit dem Fahrgast auf der Federung schwingen, wenn keine Dämpfung vorliegt?

Lösung: $\nu = 0.601$ Hz

Aufgabe 8.7 - 3 Pkt.

Zwei kleine Bälle der Masse m sind entlang eines masselosen Stabes angebracht (siehe Abbildung). Der erste Ball ist im Abstand a zur Drehachse, der zweite Ball im Abstand $2a$ zur Drehachse an der masselosen Stange befestigt. Die Aufhängung sei reibungsfrei. Es kann im Schwerfeld der Erde (Erdbeschleunigung g) schwingen.

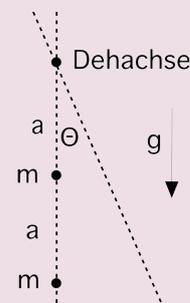


Figure 6: Skizze des Problems.

(a) Leiten Sie die Bewegungsgleichung (Differentialgleichung 2. Ordnung) als Funktion des Auslenkwinkels Θ ab. Geben Sie sie als Funktion von g , a und m an.

(b) Führen Sie die Näherung für die Gleichung unter der Annahme kleiner Auslenkung durch und bestimmen Sie die Schwingungs(kreis)frequenz ω als Funktion der angegebenen Größen g , a und m .

(c) Geben Sie die Lösung der Bewegungsgleichung $\Theta(t)$ für folgende Anfangsbedingung an: $\Theta(t=0) = \Theta_0$ und $\dot{\Theta}(t=0) = 0$.

Lösung: (a) $\ddot{\Theta} + \frac{g}{a} \frac{3}{5} \sin \Theta = 0$, (b) $\omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{5a}}$, (c) $\Theta(t) = \Theta_0 \cos \omega t = \Theta_0 \cos \sqrt{\frac{3g}{5a}} t$

Aufgabe 8.8 - 3 Pkt.

Welche Arbeit muss aufgewendet werden, um eine Feder mit Federkonstanten $k = 300 \text{ N/m}$

(a) ohne Vorspannung, d.h. von der Vorspannlänge $x_1 = 0$,

(b) von der Vorspannlänge $x_1 = 5.0 \text{ cm}$ um $\Delta x = 10 \text{ cm}$ zusammenzudrücken? Lösen Sie das Problem erst allgemein für beliebiges Δx und setzen Sie erst dann den numerischen Wert ein.

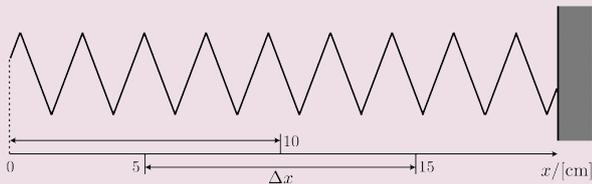


Figure 7: Skizze des Problems.

Lösung: (a) 1.5 J und (b) 3.0 J