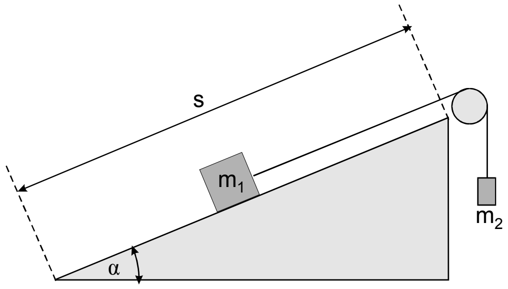
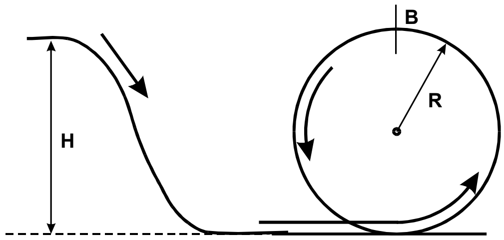
1. **Bewegung auf einer schiefen Ebene:** Eine **Masse m_1** ist über eine Umlenkrolle und ein masseloses Seil mit einem Gewicht der **Masse m_2** verbunden (siehe Skizze). m_1 gleitet reibungsfrei auf einer schiefen Ebene mit dem **Neigungswinkel α zur Horizontalen**.



In welcher Zeit t durchläuft die anfangs ruhende Masse **die Strecke s** auf der schiefen Ebene? (*Lösung:* $t = \sqrt{\frac{2s(m_1+m_2)}{g(m_2-m_1\sin\alpha)}}$)

2. Ein Wagen der Masse $m = 250\,\mathrm{kg}$ rollt die *abgebildete* Bahn herab.



   a) Welche *Kräfte* wirken im Punkt B auf den Wagen?

   b) Wie groß muß die Höhe H sein, damit der Wagen die Bahn *vollständig* durchläuft? (*Lösung:* $H \geq \frac{5}{2}R$)

   c) Beschreiben Sie die Bewegung, falls der Wagen von einer Höhe, die kleiner als H ist, startet.

Hinweis: Die Wagenräder seien klein und sollen nur geringe Masse haben, sodaß ihre Drehbewegung vernachlässigt werden kann!

3. **Beliebige Kräfte und Arbeit:** Gegeben sei die Kraft $\vec{F}(\vec{r}) = y \cdot \vec{e}_x + x^2 \cdot \vec{e}_y$.

Man berechne die Arbeit (in beliebigen Einheiten), welche bei der Verschiebung vom Ursprung in den Punkt $\vec{P} = (2, 4, 0)$

   a) entlang der Geraden $(y = 2x, z = 0)$ (*Lösung:* 28/3)

   b) entlang des Parabelstückes $(y = x^2, z = 0)$ (*Lösung:* 32/3)

verrichtet wird.

Welche Aussage erlaubt das Ergebnis über das Kraftfeld?

4. **Das Raketenproblem in seiner diskretisierten Form:** Eine Rakete befinde sich im schwerelosen Raum. Ihre Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0$ sei $v_R(t = 0) = 0$, ihre Anfangsmasse inklusive Treibstoff sei M_T. Für Zeiten $t > 0$ beginne der Treibstoff mit einer konstanten Rate α abzubrennen. Der Treibstoffstrahl besitze die konstante Austrittsgeschwindigkeit v_P. Unter diesen Bedingungen lautet die analytische Lösung des Problemes für die Raketengeschwindigkeit $v_R(t) = v_P \cdot \ln \frac{M_T}{M_T - \alpha \cdot t}$. In einer diskretisierten Form kann das Problem folgendermassen formuliert werden: Zu Zeitpunkten t_i, welche

Bitte wenden.

um ein konstantes Zeitintervall $\boldsymbol{\Delta t}$ getrennt sind, wird von der Rakete je ein Partikel der Masse $\boldsymbol{M_P}$ mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v_P}$ abgefeuert.

a) Stellen Sie die Impulsbilanz des Problemes kurz vor und kurz nach $\boldsymbol{t_i}$ auf und ermitteln Sie so einen rekursiven Zusammenhang zwischen $\boldsymbol{v_R(t_{i-1})}$ und $\boldsymbol{v_R(t_i)}$.

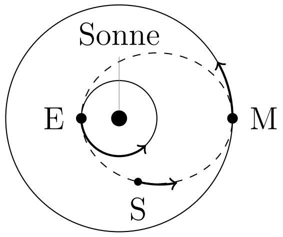
b) Berechnen Sie für $\boldsymbol{M_T = 1000\,\mathrm{kg}}$, $\boldsymbol{M_P = 1\,\mathrm{kg}}$, $\boldsymbol{v_P = 50\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$ und $\boldsymbol{\alpha =}$ **1 Partikel/s** die ersten 5 Geschwindigkeiten der Rakete mittels Rekursion und vergleichen Sie sie mit der analytischen Lösung.

(*Lösung: Rekursion:* $v_R^0 = 0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, $v_R^1 = 0{,}05\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, ...$v_R^5 = 0{,}2505\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
Analytisch: $v_R^0 = 0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, $v_R^1 = 0{,}05\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, ...$v_R^5 = 0{,}2506\,\mathrm{m\,s^{-1}}$)

Hinweis: Alle Massen können als punktförmig betrachtet werden. Man beachte die Richtungen der Rakete und der Projektile relativ zueinander.

5. Wie groß muss die **Mindestgeschwindigkeit** sein, die ein Körper beim Abschuss von der Erde haben muss, damit er den Mond erreicht? (*Lösung:* $11{,}1\,\mathrm{km\,s^{-1}}$)

6. Von der Erde (E) wird in Richtung ihrer Bahnbewegung um die Sonne eine Sonde (S) zum Mars (M) gestartet (siehe untenstehende Skizze). Die Umlaufbahnen der beiden Planeten werden wegen ihrer geringen Exzentrizität näherungsweise als kreisförmig angenommen. Die Sonde bewegt sich entlang der gestrichelt gezeichneten Ellipse, deren große Achse gleich der Summe der Entfernungen Erde–Sonne (Perihelabstand $\boldsymbol{r_P = 1{,}5 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}$) und Sonne-Mars (Aphelabstand $\boldsymbol{r_A = 2{,}28 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}$) ist.



a) Berechnen Sie daraus die Flugdauer der Sonde! (*Lösung:* $t = 258{,}5\,\mathrm{d}$)

b) Wie groß muß die Einschußgeschwindigkeit der Sonde in die Umlaufbahn sein und wie groß ist die Geschwindigkeit, mit der die Sonde den Mars erreicht? Die Anziehungskraft von Erde und Mars soll bis dahin unberücksichtigt bleiben. (*Lösung:* $v_0 = 32{,}7\,\mathrm{km\,s^{-1}}$, $v = 21{,}5\,\mathrm{km\,s^{-1}}$)