

3. Tutorium

für 30.03.2012

3.1 Kräfte zwischen Kreis- und Linienstrom

Gegeben sei ein unendlich langer dünner Leiter L_1 , der im Abstand $x = d$ parallel zur y -Achse verläuft und von einem zeitlich konstanten Strom I_1 durchflossen wird.

a) Berechne das Magnetfeld und daraus ein Vektorpotential.

b) Betrachte zusätzlich einen dünnen Leiter L_2 , welcher einen Kreis mit Radius $a < d$ und Mittelpunkt im Ursprung bildet und ebenfalls in der x - y -Ebene liegt. Dieser werde von einem konstanten Strom I_2 durchflossen. Berechne die auf den Leiter L_2 wirkende Kraft \vec{F} .

Hinweis: $\int_0^\pi \frac{\cos(x)dx}{1+\alpha \cos(x)} = \frac{\pi}{\sqrt{1-\alpha^2}} \frac{\sqrt{1-\alpha^2}-1}{\alpha}$ für $|\alpha| < 1$.

3.2 Impulsbilanz

Leite die in der Vorlesung angegebene Formel zur Impulsbilanz

$$\frac{d}{dt} \vec{P}^{\text{mech}} = \oint_{\partial V} d^2 \vec{f} \cdot \overleftrightarrow{\mathbf{T}}(\vec{r}, t) - \frac{d}{dt} \vec{P}^{\text{feld}}$$

ausgehend von der Lorentzkraftdichte unter Verwendung der Maxwellgleichungen Schritt für Schritt her. Hierbei soll die Indexschreibweise verwendet werden, und durch sorgfältige Klammersetzung klar sein, auf welche Terme eine Ableitung jeweils wirkt.

3.3 Zylindermantelförmige Ausbuchtung auf leitender Ebene

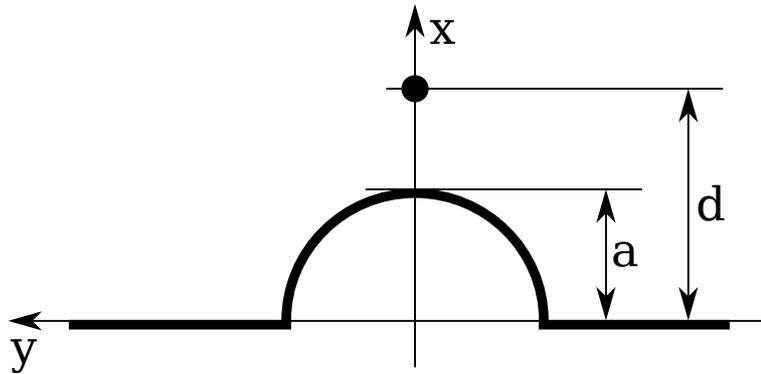
Eine Leiterebene hat eine zylindermantelförmige Ausbuchtung, wobei der Querschnitt des Zylinders ein Halbkreis vom Radius a ist. Ein unendlich langer unendlich dünner geladener Stab mit der Ladung τ pro Längeneinheit befindet sich gegenüber der Ausbuchtung im Abstand $d > a$ von der Ebene. Der Leiter befindet sich auf dem Potential $\phi_0 = 0$.

a) Berechne das Potential im Raum oberhalb der leitenden Oberfläche mit Hilfe der Bildladungsmethode, und überprüfe, dass das Potential überall auf der Leiteroberfläche verschwindet und auch asymptotisch regulär ist.

b) Berechne die auf der Ausbuchtung A und der Leiterebene E influenzierten Flächenladungsverteilungen $\sigma_A(\varphi)$ und $\sigma_E(y)$ sowie die zugehörigen Gesamtladungen pro Längeneinheit in z -Richtung und deren Summe.

Anleitung: Wie in der Vorlesung noch genauer gezeigt werden wird, lässt sich das Potential berechnen, indem man Spiegelladungen einführt. Das Potential um eine Linienladungsverteilung ist durch $\phi(R) = -\tau \log(R^2/R_0^2)$ gegeben. Um das Potential auf der Oberfläche des Leiters überall verschwinden zu lassen, müssen mehrere Spiegelladungen der ursprünglichen Linienladungsverteilung geschickt platziert werden. (Hinweis: eine dieser Spiegelladungen liegt bei $x = a^2/d$ mit $\tau' = -\tau$ und $R'_0 = \frac{a}{d}R_0$; die beiden anderen Spiegelladungen ergeben sich durch Spiegelung an der Ebene).

Hinweis zum Integral: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{1 \pm A \cos \varphi} = \frac{\frac{\pi}{2} \mp \arcsin A}{\sqrt{1-A^2}}$ für $0 < A < 1$.



Ankreuzbar: 1a, 1b, 2, 3a, 3b