

5. Tutorium

für 04.04.2014

5.1 Feld eines plötzlich gestoppten geladenen Teilchens

a) Zeige, dass das elektrische Feld eines gleichförmig bewegten Teilchens folgenden Betrag hat:

$$E = \frac{q}{r^2} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta)^{3/2}}$$

mit Polarwinkel ϑ .

b) Ein ursprünglich gleichförmig bewegtes Teilchen wird bei $x = 0$, $t = 0$ plötzlich gestoppt (siehe Abbildung 18.4 in Kapitel 18 in Prof. Rebhan's Buch).

Beschrifte den eingezeichneten Pfad („blau markiertes Volumen“) wie folgt: A ist der am weitesten rechts liegende Punkt des Pfades, die weiteren Eckpunkte des Pfades werden gegen den Uhrzeigersinn mit den Buchstaben $BCDEF$ bezeichnet, sodass die Punkte EF entlang der Rotationsachse (x -Achse) liegen (F näher bei der Punktladung). Der in der Abbildung eingezeichnete Pfad bildet Kreisbögen FA und ED mit Zentrum im ruhenden bzw. im sich bewegenden Teilchen (also der Position des Teilchens, an der es sich zum Zeitpunkt der Aufnahme befinden würde, wenn es nicht bei $t = 0$ gestoppt worden wäre), und verbindet diese Kreisbögen, indem es entlang $ABCD$ den Feldlinien folgt.

Zeige dass zwischen den Polarwinkeln θ und θ' , die den Öffnungswinkel von gleichem elektrischen Fluss vor und nach der Schockwelle beschreiben, folgende Relation gelten muss:

$$\tan \theta' = \gamma \tan \theta.$$

Hinweis: Betrachte den Rotationskörper, der entsteht, wenn man die Kurve $FABCDE$ aus oben genannter Abbildung um die x -Achse rotiert, und wende auf diesen das Gaußsche Gesetz (Integralform des Coulombschen Gesetzes) an. Hinweis 2: $\cos \theta = 1/\sqrt{1 + \tan^2 \theta}$.

5.2 Lorentz-Transformationen von elektrischen und magnetischen Feldern

a) Führe eine Lorentz-Transformation für \vec{E} und \vec{B} für Geschwindigkeiten entlang der y -Achse durch. Benutze dazu die Transformation des Feldstärke-tensors $F'^{\mu\nu} = \Lambda^\mu_\alpha \Lambda^\nu_\beta F^{\alpha\beta}$. Verifiziere mit Hilfe des Ergebnisses die Lorentz-Invarianz von $\vec{E} \cdot \vec{B}$ und $E^2 - B^2$.

b) In einem Inertialsystem S sei ein elektromagnetisches Feld durch $\vec{E} = (E_0 \sin \theta, 0, E_0 \cos \theta)$ und $\vec{B} = (0, 0, 2E_0)$ gegeben, wobei $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$. Benutze das Ergebnis aus Teilaufgabe 1 um zu zeigen, dass es ein Inertialsystem S' gibt, in dem elektrisches und magnetisches Feld parallel sind. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich S' relativ zu S ? Diskutiere den Grenzfall $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$.

5.3 Lorentzkraft

Eine Punktladung q befinde sich in einem Inertialsystem S zum betrachteten Zeitpunkt in einem Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B)$ und habe die momentane Geschwindigkeit $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{3}}(v, v, v)$. Berechne die Kraft, die auf die Punktladung

a) im Inertialsystem S wirkt.

b) in einem Inertialsystem S' wirkt, das sich relativ zu S mit der Geschwindigkeit $\vec{V} = (V, 0, 0)$ bewegt. Berechne hierzu zunächst das elektromagnetische Feld sowie die Geschwindigkeit der Punktladung in S' und dann die daraus folgende Lorentzkraft.

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2a, 2b, 3ab