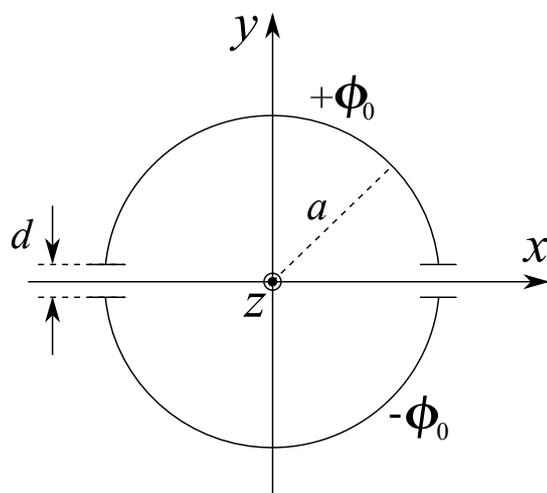


8.1 Geteilter Kreiszyylinder

Ein unendlich langer unendlich dünnwandiger leitender Kreiszyylinder mit dem Radius a ist durch einen Schnitt längs seiner Achse in zwei Hälften geteilt, welche voneinander durch einen schmalen Spalt der Breite d , $d \ll a$, isoliert sind und auf den Potenzialen $+\phi_0$ bzw. $-\phi_0$ gehalten werden (siehe Abbildung).



- Berechne das elektrostatische Potenzial $\phi(R, \varphi)$ für $R < a$ und $R > a$.
- Berechne die Flächenladungsdichte $\sigma(\varphi)$ auf dem leitenden Zylinder.
- Berechne die Ladung pro Längeneinheit auf den Kreiszyylinderhälften sowie die Kapazität dieser Anordnung pro Längeneinheit.

Anleitung: Der Spalt soll nur bei Punkt (c) berücksichtigt werden, bei den Punkten (a) und (b) soll er ignoriert werden. Als Ansatz im Inneren kann verwendet werden $\phi(R, \varphi) = A_0 + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m \cos m\varphi + B_m \sin m\varphi] \left(\frac{R}{a}\right)^m$. Verwende ferner die Formel

$$\sum_{n=0}^{\infty} p^{2n+1} \frac{\sin(2n+1)\varphi}{2n+1} = \frac{1}{2} \arctan \frac{2p \sin \varphi}{1-p^2}, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad p^2 \leq 1.$$

Bei Punkt (c) soll der führende Term der Kapazität angegeben werden (Winkelfunktionen im Ergebnis für $d \ll a$ entwickeln).

8.2 Multipolmomente eines Kreuzes

Linienladungen mit Ladungsdichte λ seien in der Form eines Kreuzes platziert. Eine Linienladung gehe von $(-a, 0, 0)$ bis $(a, 0, 0)$, die zweite von $(0, -b, 0)$ bis $(0, b, 0)$.

- a) Bestimme die Gesamtladungsdichte $\rho(\vec{x})$ der Konfiguration.
- b) Berechne die Dipol- und Quadrupolmomente in kartesischen Koordinaten.
- c) Berechne die ersten zwei Terme in der Multipolentwicklung des Potentials $\phi(0, 0, z)$ für $z \gg a, b$.
- d) Berechne die ersten zwei Terme in der Multipolentwicklung des elektrischen Feldes $\vec{E}(0, 0, z)$.

8.3 Multipolmomente eines Ellipsoids

Gegeben sei ein bezüglich der z -Achse rotationssymmetrisches Ellipsoid mit Hauptachsen $a = b, c$. Das Ellipsoid sei für $z > 0$ positiv und für $z < 0$ negativ mit Raumladungsdichte $\pm\rho_0$ geladen. Berechne hierfür die elektrostatischen sphärischen Multipolmomente q_{lm} mit $l \leq 2$ und schreibe das elektrostatische Potenzial in der entsprechenden Näherung für $r > \max(a, c)$ an.

Ankreuzbar: 1a, 1bc, 2ab, 2cd, 3