

Übungsblatt 4

für das Tutorium am 31.03.2017

1. Kosmischer Apfelschuss

Im 29. Jahrhundert ist das Schweizer Sonnensystem vom bösen Lord Gessler bedroht. Gessler entführt den Freiheitskämpfer Wilhelm Tell und seinen Sohn. Tell und sein Sohn werden in zwei Raketen R_1 und R_2 gefangen gehalten, die sich in Bezug auf ein Inertialsystem S mit Geschwindigkeiten vom Betrag $\frac{c}{2}$ auf parallelen geraden Bahnen in entgegengesetzte Richtungen bewegen (siehe Abbildung 1). Der Normalabstand der Bahnen sei d .

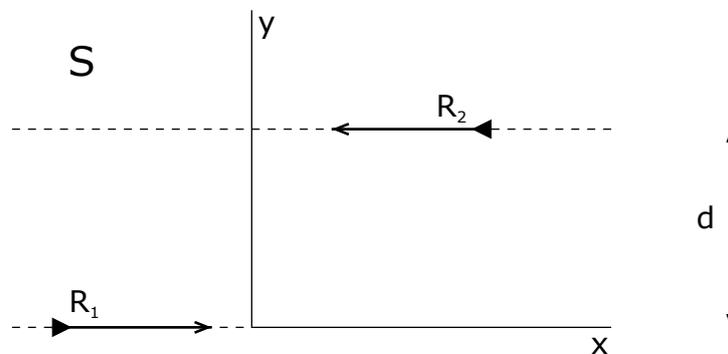


Abbildung 1: Zwei Raketen fliegen im Abstand d an einander vorbei.

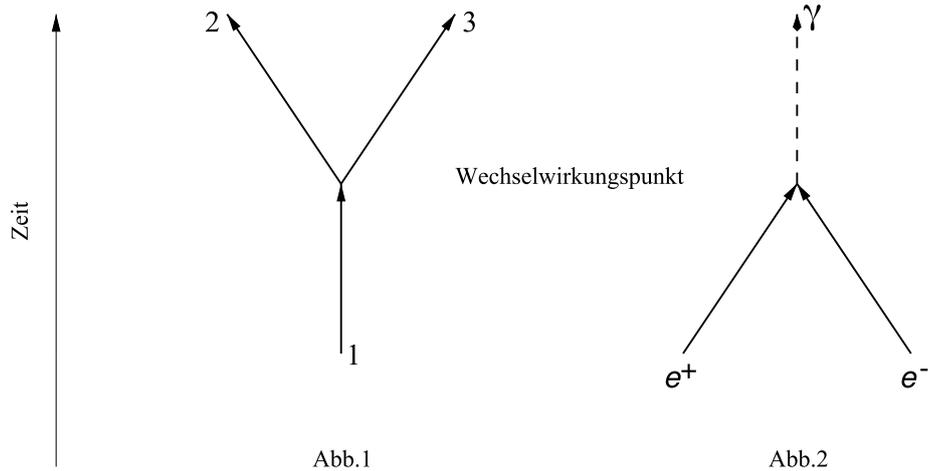
Um die Freiheit zu erlangen muss Tell von Rakete R_1 aus mit einer Armbrust einen Apfel vom Kopf seines Sohnes in Rakete R_2 schießen. Der Pfeil fliegt an jenem Zeitpunkt in S los, an dem die Raketen einander in S passieren (nimm an, dass sie punktförmig sind). Im Ruhesystem S' von R_1 habe der Pfeil eine Geschwindigkeit vom Betrag

$$u' = \frac{\sqrt{79}}{10}c. \quad (1)$$

- Unter welchem Winkel α' zur y' -Achse in S' muss der Pfeil abgeschossen werden, damit er bei Rakete R_2 ankommt?
- Bestimme die Geschwindigkeit des Pfeiles \vec{u}' in S' sowie die zugehörige Geschwindigkeit \vec{u} in S .
- Wie lange ist der Pfeil jeweils in S und S' vom Abschuss bis zum Zusammentreffen mit R_2 unterwegs?

2. Zerfalls- und Streuprozesse

Bei Zerfalls- und Stoßprozessen von Elementarteilchen ist der Gesamtviererimpuls vor und nach dem Prozess derselbe. Das entspricht der Erhaltung von Gesamtenergie und Gesamtimpuls. Betrachte einen Zerfallsprozess (Abb.1) und einen Paarvernichtungsprozess von einem Elektron und einem Positron unter Abstrahlung eines Photons (Abb.2) wie folgt:



- Zeige, dass der Zerfallsprozess in Abb.1 nur möglich ist, wenn für die Ruhemassen m_1, m_2, m_3 der Teilchen gilt: $m_1 \geq m_2 + m_3$.
- Sei $m_1 \geq m_2 + m_3$. Berechne die kinetischen Energien der Zerfallsprodukte in Abb.1 im Inertialsystem, wo Teilchen 1 ruht.
- Betrachte den Zerfallsprozess $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ eines Kaons in zwei Pionen mit den Ruhemassen¹ $m_{K^+} = 493.7 \text{ MeV}/c^2$, $m_{\pi^+} = 139.6 \text{ MeV}/c^2$ und $m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}/c^2$ und berechne die kinetischen Energien der Zerfallsprodukte.
- Zeige, dass der Paarvernichtungsprozess in Abb.2 nicht möglich ist.

3. Feldstärketensor

- Drücke die Lorentzskalare $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$, $\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$, $\tilde{F}^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}$, wobei $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\sigma\tau}F_{\sigma\tau}$, durch \vec{E} , \vec{B} aus.
- Gibt es noch weitere Invarianten, die quadratisch in \vec{E} und \vec{B} sind?
- Kann es ein elektromagnetisches Feld geben, welches in einem Inertialsystem rein elektrisch ist und in einem anderen rein magnetisch? Welche Kriterien müssen erfüllt sein, damit es ein Inertialsystem gibt, in dem das elektrische Feld verschwindet?

Hinweis: Verwende die Resultate aus Aufgabe (a).

Ankreuzbar: 1ab, 1c, 2abc, 2d, 3

¹Ein Elektronvolt ist die Standardenegeeinheit in der Hochenergiephysik: $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$.