

Übungsblatt 5

für das Tutorium am 20.04.2018

1. Dirichlet-Randwertaufgabe im Halbraum

Eine unendlich ausgedehnte Leiteroberfläche bei $z = 0$ sei außerhalb einer scheibenförmigen Ausnehmung mit Radius a auf Potential Null gehalten. Die Kreisscheibe $x^2 + y^2 < a^2$ und $z = 0$ sei ebenfalls eine Leiteroberfläche, diese aber (durch eine dünne Isolierung von der geerdeten Leiterplatte getrennt) auf Potential ϕ_0 . An der Stelle $\vec{r} = (0, 0, d)$, $d > 0$, befinde sich eine Punktladung q . Berechne das Potential entlang der positiven z -Achse.

Hinweis: Die Dirichlet-Greenfunktion für den Halbraum $z > 0$ lautet

$$G_D(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{|(x - x', y - y', z - z')|} - \frac{1}{|(x - x', y - y', z + z')|}. \quad (1)$$

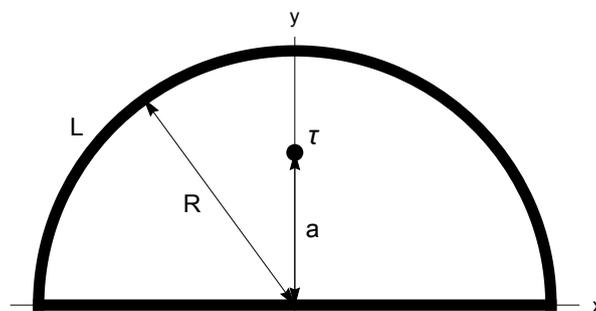
2. Punktladung zwischen gewinkelten Leiterebenen

Zwei geerdete Leiterebenen treffen sich in einem Winkel von 60° im Ursprung. Eine Punktladung q befinde sich im Abstand r_0 vom Ursprung entlang der x -Achse, sodass der Winkel zwischen der x -Achse und den beiden Platten jeweils 30° beträgt.

- Welche Anordnung von Spiegelladungen löst das Randwertproblem? Skizziere die Anordnung, bestimme die Ortsvektoren der Spiegelladungen und schreibe die Poissongleichung und die Randbedingungen an.
- Bestimme das elektrostatische Potential und zeige, dass die Randbedingungen erfüllt sind.
- Bestimme die Oberflächenladungsdichte auf der oberen Leiterebene.

3. Geladener Stab im halbzylindrischen Hohlleiter

Betrachte einen in z -Richtung unendlich ausgedehnten Stab mit der Linienladungsdichte τ . Dieser befinde sich im Inneren eines unendlich langen geerdeten Hohlleiters, L , mit halbkreisförmigen Querschnitt (Radius R) an der Position $x = 0$ und $y = a$.



- (a) Berechne das elektrostatische Potenzial, $\phi(\vec{r})$, für den geladenen Stab an der Position $x = 0$ und $y = a$ im Vakuum.
- (b) Gib die Feldstärke, $\vec{E}_A(\vec{r})$, außerhalb des Hohlleiters an und begründe deine Antwort. Wie groß ist die gesamte induzierte Ladung pro Längeneinheit am Hohlleiter? Welche Randbedingungen muss das Potenzial erfüllen?
- (c) Bestimme das Potenzial für die gesamte Konfiguration und zeige, dass die Randbedingungen erfüllt sind.

Ankreuzbar: 1, 2ab, 2c, 3ab, 3c