

## 9 Tutorium für 07.06.2019

### 9.1 Dipole

Ein Punktdipol mit Dipolmoment  $\mathbf{q}$  befindet sich auf Position  $(0, 0, D)^T$ . Im Ursprung sei ein zweiter Punktdipol mit Dipolmoment  $\mathbf{p}$ .

- Modelliere den Dipol  $\mathbf{q}$  durch 2 Punktladungen symmetrisch um dessen Position im Abstand  $d \rightarrow 0$ . Zeige, dass das Drehmoment, das auf diesen Dipol im Feld des anderen Dipols wirkt, durch  $N_i = (3\epsilon_{ij3}q_j p_3 - \epsilon_{ijk}q_j p_k)/(4\pi\epsilon_0 D^3)$  gegeben ist.
- Sei  $\mathbf{M}$  das Drehmoment, das auf den Dipol im Ursprung wirkt. Zeige, dass für  $\mathbf{N} \neq \mathbf{0}$  die Summe  $\mathbf{N} + \mathbf{M}$  sowohl  $= \mathbf{0}$ , als auch  $\neq \mathbf{0}$  sein kann.

Ein Dipol mit Dipolmoment vom Betrag  $p$  befindet sich auf Position  $(0, 0, D)^T$  über einer großen Metallplatte in der  $xy$ -Ebene. Die Richtung des Dipolmoments steht im Winkel  $\vartheta$  zur  $z$ -Achse.

- Wie groß ist der Betrag des Drehmoments, das auf diesen Dipol wirkt?
- Gib den ersten nichtverschwindenden Term der Multipolentwicklung des elektrischen Feldes  $E_x(0, 0, z \gg D)$  obiger Anordnung an, wenn die Richtung des Dipolmoments parallel zur  $x$ -Achse steht.

### 9.2 St. Elmos Feuer

Seeleute berichten beim Durchqueren von Gewittern von Erscheinungen entlang von nassen Seilen, Speeren oder anderen zylindrischen Objekten, die Blitzen ähneln<sup>1</sup>. Modelliere nasse, zylindrische Objekte im Gewitter als lange, geerdete Metallzylinder in einem externen homogenen elektrischen Feld  $\mathbf{E}_0$ , rechtwinkelig auf die Zylinderachse.

- Zeige, dass das Potential in Zylinderkoordinaten  $V(r, \varphi) = A \log r + B + (C \cos \varphi)/r + D r \cos \varphi$  die Poissongleichung im ladungsfreien Raum erfüllt, wenn keine Abhängigkeit von  $z$  besteht.
- Bestimme die Konstanten  $A, B, C$  und  $D$  anhand der Randbedingungen im obigen Modell und zeige, dass die höchste auftretende elektrische Feldstärke  $2|\mathbf{E}_0|$  ist. Dort kann es zur blitzähnlichen Ionisierung der Luft kommen.

---

ankreuzbar: 9.1(ab), 9.1(c), 9.1(d), 9.2(a), 9.2(b)

---

<sup>1</sup>Herman Melville, *Moby Dick*, Kapitel CXIX