

Übungsblatt 2

für das Tutorium am 17.03.2023,
Kreuzerldeadline 8:00

1. Distributionen

- (a) Nimm an, dass die Funktion $g(x)$ bei $x = x_0$ eine isolierte, einfache Nullstelle hat. Zeige, dass $|g'(x_0)|\delta(g(x)) = \delta(x - x_0)$ ist.
- (b) Für die Funktionen $f(x) = (x^2 - a^2)$ und $h(x) = a + bx + cx^2$, berechne das Integral $\int_{-\infty}^{2a} \delta(f(x)) h(x) dx$.
- (c) Berechne $\int_2^6 (3x^2 - 2x - 1)\delta(x - 2)dx$, $\int_0^6 \cos(x)\delta(x - \pi)dx$, und $\int_0^9 x^3\delta(x - 1)dx$.
- (d) Benutze die δ - und θ -Funktionen, um folgende Ladungsverteilungen $\rho(\vec{x})$ mit Gesamtladung Q anzuschreiben:
- 1) Eine homogene Linienladung bei $x = 2$, $y = 0$ von $z = 0$ bis $z = L$ in Zylinderkoordinaten.
 - 2) Eine Punktladung bei $x = 2$, $y = z = 0$ in Kugelkoordinaten.
- Überprüfe die Ergebnisse durch explizite Integration von $\rho(\vec{x})$ über \mathbb{R}^3 .

2. Noch a bisserl mehr Gymnastik

Gegeben sei eine Matrix in 2 Dimensionen

$$R_{ij} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (1)$$

- (a) Es sei $b_i = R_{ij}a_j$ und $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. Berechne $\vec{c} \cdot \vec{c}$ und $\vec{c} \times \vec{c}$.
- (b) Zeige, dass diese Matrix die Längen von Vektoren erhält: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.
- (c) Überprüfe das Stokes Theorem für das Vektorfeld $\vec{v} = (ay, bx, 0)^T$ und einen kreisförmigen Pfad mit Radius R um den Ursprung der xy Ebene.

3. Zeit für Coulomb

Die kreisförmig angeordneten Stundenmarkierungen einer Wiener Bahnhofsuhr mit Radius R tragen jeweils eine Ladung Q

- (a) Welche Kraft verspürt eine Testladung q im Zentrum der Uhr?
- (b) Leider wurde bei der Konstruktion der Uhr am Westbahnhof die 12-Uhr Ladung vergessen. Welche Kraft verspürt eine Testladung q im Zentrum der Uhr?
- (c) Aus ästhetischen Gründen wird beschlossen die 6-Uhr Ladung Q auf die freie 12-Uhr Position zu verschieben. Berechne die Arbeit, die hierbei aufgewandt werden muss. Bei welchem Weg von 6 nach 12 ist diese Arbeit minimal?

Ankreuzbar: 1ab, 1cd, 2ab, 2c & 3a, 3bc