

- b) Stellen Sie alle Anschlussbedingungen auf.
- c) Leiten Sie aus b) eine implizite (nicht nach E aufgelöste) Gleichung für die Energie E (bzw. den Wellenvektor k) her.
- d) Welche Bedingungen müssen die Werte von V_0 und L erfüllen, so dass ein oder mehrere gebundene Zustände bestehen?

3. Hamilton-Operator mit x und x^2

3+2.5+2.5=8 Punkte

Gegeben sei der Hamilton-Operator

$$H = \frac{p^2}{2m} + \alpha x + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \quad (1)$$

- a) Berechnen sie die Energie-Eigenwerte. (*Vor dem Rechnen nachdenken! Noch keine Idee? Evt. hilft eine Skizze.*)
- b) Geben Sie die (unnormierte) Wellenfunktion des Grundzustands und des ersten angeregten Zustands an.
- c) Berechnen Sie zu den Wellenfunktionen aus b) die Erwartungswerte $\langle x \rangle$ und $\langle p \rangle$.

4. Zeitentwicklung und Messprozess

3+2.5+2.5=8 Punkte

Betrachten Sie ein Zweiniveausystem in der (orthonormierten) Basis $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ und Hamilton-Operator

$$H = -g (i |2\rangle\langle 1| - i |1\rangle\langle 2|),$$

wobei g eine reelle, positive Konstante ist. In dieser Basis seien auch die Observable O, O' durch $O = \frac{1}{2} (|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|)$ und $O' = \frac{1}{2} (|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|)$ definiert¹.

Das System befindet sich bei $t = 0$ im zweiten Zustand, d.h. $|\Psi(t = 0)\rangle = |2\rangle$.

- a) Berechnen Sie den Zustand des Systems $|\Psi(t)\rangle$ für den Zeitpunkt $t = t^* > 0$.
- b) Berechnen Sie den Erwartungswert der Observable O bei $t = t^*$. Welche Messwerte sind für die Observable O möglich, wenn man sie bei $t = t^*$ misst, d.h. welche Messergebnisse werden Sie mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommen?
- c) Betrachten Sie nun den Fall, dass direkt nach der Messung von O bei $t = t^*$ die Observable O' gemessen wird. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden welche möglichen Messwerte von O' (in Abhängigkeit von den Ergebnissen der Messung von O) gefunden?

Viel Erfolg!

¹Physikalisch bedeutet dies, dass das System beispielsweise ein magnetisches Spin-Moment bei einem äußeren magnetischen Feld in y -Richtung darstellt und man das Moment in z -Richtung (S_z) bzw. x -Richtung (S_x) misst.