

---

## 10. Übung zur Quantenmechanik I

---

Wintersemester 2011/2012

**TUTORIUM: Freitag, 13.01.2012.**

### 19. Messung des Drehimpulses

1+1.5+1.5=4 Punkte

Der Zustand eines Teilchens sei durch folgende Linearkombination der Drehimpulseigenzustände  $|l, m\rangle$  mit  $l > 1$  gegeben:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{11}}(-|l, l\rangle + 3|l, l-1\rangle - i|l, l-2\rangle)$$

- Welche mögliche Messwerte haben  $\mathbf{L}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$  und  $L_z$ ?
- Berechnen Sie die Erwartungswerte  $\langle \mathbf{L}^2 \rangle$  und  $\langle L_z \rangle$ .
- Wie groß sind die Unschärfen (Standardabweichungen)  $\Delta \mathbf{L}^2$  und  $\Delta L_z$ ?

### 20. Rotationssymmetrisches Potential

1+2.5+1.5+1=6 Punkte

Berechnen Sie die Energieeigenwerte und Energieeigenfunktionen eines Teilchens der Masse  $m$  in dem Potential

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2, \text{ mit } r = |\vec{x}|$$

- mittels Separation in kartesischen Koordinaten  $x, y, z$ .
- mittels Separation in Polarkoordinaten  $r, \phi, \theta$ . (*Hinweis:* Überlegen Sie sich, dass die Lösung  $R(r)$  der radialen Schrödinger-Gleichung sich wie  $\frac{P(r)}{r}e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}r^2}$  mit einem Polynom endlichen Grades  $P(r)$  verhält. Bestimmen Sie die Koeffizienten von  $P(r)$  durch Rekursionen.)
- Wie groß ist der Entartungsgrad der Energieeigenwerte?
- Vergleichen Sie die Ergebnisse von **a)** und **b)** für die beiden niedrigsten Energieeigenwerte. Welcher Zusammenhang ergibt sich dabei für die nach **a)** und **b)** berechneten Eigenfunktionen?

*Frohe Weihnachten und ein glückliches neues Jahr!*