

## 5. Plenum

für 06.05.2011

**P5.1 Dichteoperator**

- a) Zeige, dass die Matrixdarstellung des Operators  $\hat{A} = \hat{H} - \mu\hat{N}$  diagonal ist, wenn als Basiszustände die Eigenzustände des Operators  $\hat{A}$  gewählt werden:  $\hat{A}|E_n, N_n\rangle = (E_n - \mu N_n)|E_n, N_n\rangle$ . Nimm an, dass  $[\hat{H}, \hat{N}] = 0$ .
- b) Zeige, dass in der Basis  $|E_n, N_n\rangle$  die Matrixdarstellung von  $e^{-\beta\hat{A}}$  diagonal ist.
- c) Gib den Dichteoperator des großkanonischen Ensembles samt Normierungskonstante an.

**P5.2 Quantengas**

Gegeben sei ein Quantengas, das aus Teilchen eines  $M$ -Niveausystems mit nichtentarteten Energien  $\epsilon_a$  ( $a = 1, 2, 3, \dots, M$ ) besteht.

- a) Wie viele unabhängige Eigenzustände gibt es, die zu einem gegebenen Fock-Zustand  $|n_1, n_2, \dots, n_M\rangle$  gehören, wenn die Teilchen unterscheidbar sind?
- b) Berechne das großkanonische Potential und die mittlere Teilchenzahl  $\langle N \rangle$  für

- (ununterscheidbare) Bosonen
- (ununterscheidbare) Fermionen
- Teilchen, die der Maxwell-Boltzmann-Statistik folgen. (Die Teilchen werden als unterscheidbar behandelt, aber die Zustandssumme wird nachträglich mit dem Gibbsfaktor  $1/N!$  korrigiert, sodass die Teilchen als ununterscheidbar betrachtet werden.)