

## 1. Test - Statistische Physik I - 11.04.2014

9. Betrachten Sie ein Gemisch aus zwei idealen Gasen, mit verschiedenen Massen  $m_1$  und  $m_2$  sowie Teilchenzahlen  $N_1$  und  $N_2$  in einem Behälter mit Volumen  $V$ .

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N_1} \frac{\vec{p}_i^2}{2m_1} + \sum_{i=1}^{N_2} \frac{\vec{p}_i^2}{2m_2}$$

- (a) Das Gas habe eine Energie im Intervall  $[E, E + \Delta E]$  (mikrokanonisches Ensemble). Berechnen Sie die Zahl der kompatiblen Mikrozustände  $\Gamma(E, V, N; \Delta)$ .
- (b) Berechnen Sie die mikrokanonische Entropie des Gases.
- (c) Berechnen Sie die Temperatur des Gases, und daraus die kalorische Zustandsgleichung.
- (d) Leiten Sie die (thermodynamische) Zustandsgleichung ab.
- (e) Berechnen Sie die Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $C_V$ .
- (f) Berechnen Sie die Wärmekapazität bei konstantem Druck  $C_P$ .

[Hinweis: Das Volumen der  $D$ -dimensionalen Kugel ist gegeben durch

$$V^D(R) = \frac{R^D}{D} \cdot \frac{2\pi^{D/2}}{\Gamma(D/2)}$$

10. Ein diatomares, wechselwirkungsfreies Gas aus  $N$  Molekülen in einem Behälter mit Volumen  $V$  hat bei Raumtemperatur drei Translationsfreiheitsgraden ( $\vec{p}_i, \vec{x}_i$ ), und zwei Rotationsfreiheitsgraden quer zur Molekülachse ( $L_{i,a}, \theta_a$ ),  $a = x, y$ . Die Zustandsgleichungen sind daher näherungsweise

$$E \approx \frac{5}{2} N k_B T, \quad PV = N k_B T$$

In einem Prozess, bei dem  $pV^\kappa = \text{const}$  gehalten wird, wird nun das Volumen langsam von  $V_1$  auf  $V_2$  erhöht.

- (a) Berechnen Sie die Arbeit, die Sie bei der Volumsänderung von  $V_1$  nach  $V_2$  leisten müssen.
- (b) Wie groß ist die auftretende Wärme  $\Delta Q$  ( $\kappa \neq 1$ )? Für welchen Wert von  $\kappa$  ist der Prozess adiabatisch?
- (c) Berechnen Sie die Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $C_V$ .
- (d) Berechnen Sie die Wärmekapazität bei konstantem Druck  $C_P$  ( $\kappa \neq 1$ ).
- (e) Warum ist der Vibrationsfreiheitsgrad (das Schwingen der Gasatome gegeneinander entlang der Molekülachse) bei Raumtemperatur nicht relevant?