

Statistische Methoden der
Datenanalyse
Beispielsammlung

Übung 6

W. Waltenberger, R. Frühwirth

Institut für Hochenergiephysik
der Österreichischen Akademie der Wissenschaften
A-1050 Wien, Nikolsdorfer Gasse 18

Wintersemester 2017/2018

Übung 6

Beispiel 6.1

Es sei (x_1, \dots, x_n) eine zufällige Stichprobe aus $\text{Norm}(\mu, \sigma^2)$, mit unbekanntem μ und σ^2 . Sie schätzen σ^2 durch

$$\Sigma^2 = C \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Bestimmen Sie C so, dass

- Σ^2 unverzerrt ist;
- Σ^2 den minimalen quadratischen Fehler (MSE) hat.

Beispiel 6.2

Die Laplace-Verteilung $\text{La}(m, s)$ mit Lageparameter m und Skalenparameter s hat die Dichte

$$f(x; m, s) = \frac{1}{2s} \exp\left(-\frac{|x - m|}{s}\right)$$

- Berechnen Sie Erwartung und Varianz der Verteilung.
- Bestimmen sie die ML-Schätzer von m und s .

Beispiel 6.3 (Prog)

- Untersuchen Sie Verzerrung und Varianz der ML-Schätzer aus Beispiel 6.2 mittels Simulation.
- Simulieren Sie eine Stichprobe vom Umfang $n = 200$ aus $\text{La}(m, s)$ mit $m = 1, s = 0.5$. Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer von (m, s) und ermitteln Sie eine näherungsweise Kovarianzmatrix aus der Log-Likelihoodfunktion.

Beispiel 6.4 (Prog)

Schätzen Sie den Parameter a einer Gammaverteilung

$$f(x) = \frac{x^{a-1} e^{-x}}{\Gamma(a)}, \quad x \geq 0$$

mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate aus einer simulierten Stichprobe vom Umfang 500 ($a=2$). Bestimmen Sie den Standardfehler der Schätzung durch 5000-malige Wiederholung der Stichprobe. Vergleichen Sie den so erhaltenen Wert mit dem aus einer individuellen Zielfunktion bestimmten Wert.