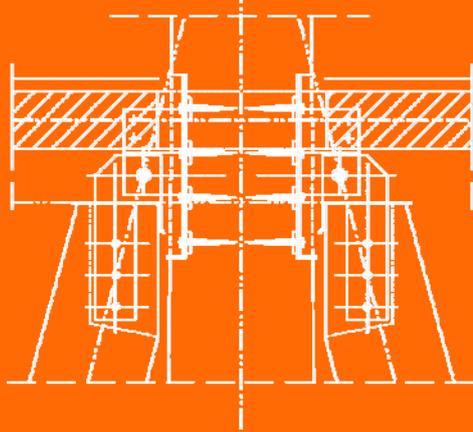


# Holzbau II

259.383 Holzbau 2 WS14 | VU 3.0h, 4ECTS

**Übung 1 - Verbundbauteile**  
DI M. Rinnhofer



Darf nur zu Studienzwecken verwendet werden;  
© ITI / TU Wien, 2014

 Institut für Architekturwissenschaften  
 Tragwerksplanung und Ingenieurbau  
 o.Univ.Prof. ODI Wolfgang Winter

<b>1</b>	07.10.	Einführung, Tall Buildings	Winter
<b>2</b>	14.10.	Verbundbauteile	Rinnhofer
<b>3</b>	21.10.	Die Rolle des Architekten bei der Einfamilienhausplanung	Abendroth
<b>4</b>	28.10.	Vorgefertigter Holzbau aus der Sicht des Holzbaumeisters	Klaura
<b>5 + UE</b>	04.11.	Verbundbauteile Übung 1	Rinnhofer
<b>optional</b> (SR 1/3 Opfergasse)	06.11.	Vorfertigung im Holzbau, Maschinen und Prozesse	Lumplecker
<b>6</b>	11.11.	Planungs- und Herstellungsabläufe in der Fertigbauindustrie	Weiss
<b>7</b>	18.11.	Brücken	Winter
<b>optional</b> (SR 1/3 Opfergasse)	20.11.	Holzarchitektur: Gestaltung und Innovation ohne „Mehraufwand“	Troy
<b>8</b>	25.11.	Brandschutz	Teibinger
<b>optional</b> (SR 1/3 Opfergasse)	27.11.	Wenn sich Architektur auf Holzbau spezialisiert	holz.architekten
<b>9</b>	02.12.	CLT – Wieso, weshalb, warum?	Weiß
<b>10</b>	09.12.	Fassaden aus Holz	Schober
<b>11 + UE</b>	16.12.	Brücken Übung 2	Rinnhofer
<b>12</b>	13.01.	Erdbeben und Schwingungen	Fadai
<b>optional</b> (ZS15)	14.01.	Der Bauingenieur als Architektenversther?	Petraschka
<b>13 + UE</b>	20.01.	Erdbeben und Schwingungen Übung 3	Fadai / Panova
<b>optional</b> (ZS15)	21.01.	Herstellung, Montage, Logistik, Kosten	Woschitz
<b>14</b>	27.01.	Sommerliche Überwärmung	Nackler

DI M. Rinnhofer  
ITI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile

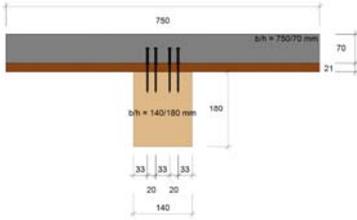


### Verbundbauteile

Brettsper Holz / CLT



Verbund 2er Werkstoffe




DI M. Rinnhofer  
TI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile



### Nachgiebig verbundene Biegestäbe

Zwischen dem **lose** übereinander gelagerten und dem **starr** verleimten mehrteiligen Biegeträger herrscht hinsichtlich des Tragverhaltens ein extremer Unterschied. Sind die Einzelquerschnitte vernagelt oder durch andere mechanische Verbindungsmittel **schubweich** verbunden, nennt man bei entsprechender Beanspruchung das Gesamtsystem einen **nachgiebig verbundenen Biegeträger**. Sein Tragverhalten liegt zwischen den dargelegten Extremen.

LOSE



$$EI_{ef} = \sum EI_i$$

STARR



$$EI_{ef} = \sum EI_i + \sum Steiner_i$$

DI M. Rinnhofer  
TI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile



### Nachgiebig verbundene Biegestäbe

$q$   
 $\tau$   $\sigma_f$   
 kein Verbund  
 $\delta_2$   
 $2h$   
 $\delta_1 = 0$   
 starrer Verbund  
 $h$   $h$   $a_1$   
 $\delta_3 < \delta_2$   
 nachgiebiger Verbund

Kuhlmann U., Schänzlin J. (2004): Berechnung von Holz-Beton-Verbunddecken - Neuere Entwicklungen

DI M. Rinnhofer  
 TI TU Wien  
 Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile

### $\gamma$ -Verfahren

$q$   
 $\tau$   $\sigma_f$   
 $\gamma = 0$   $I_{\text{eff}} = \frac{b h^3}{6}$   
 $\delta_2$   
 $2h$   
 $\delta_1 = 0$   $\gamma = 1$   $I = 4 \frac{b h^3}{6}$   
 $h$   $h$   $a_1$   
 $\delta_3 < \delta_2$   $0 < \gamma < 1$   $I_{\text{eff}} = \sum I_i + \gamma \sum a_i^2 A_i$

DI M. Rinnhofer  
 TI TU Wien  
 Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile

## $\gamma$ -Verfahren

Gemeinsam mit den Zulassungsunterlagen des Verbindungsmittelhersteller ist es möglich Aussagen zum Verhalten des Bauteils zum Zeitpunkt  $t = 0$  und zum Zeitpunkt  $t = \infty$  zu machen.

Zur Ermittlung des Tragverhaltens wird in diesem Näherungsverfahren, ausgehend von der ideellen Steifigkeit des starren Verbundes, eine wirksame Steifigkeit des elastischen Verbundes durch Abminderung des Steineranteiles des Trägheitsmomentes mit dem Nachgiebigkeitsfaktor  $\gamma$  zugrunde gelegt.

Der Faktor  $\gamma$  beinhaltet das Verhältnis der Biegesteifigkeit des anzuschließenden Bauteils und die Federsteifigkeit des Verbindungsmittels.

## $\gamma$ -Verfahren

In der Holzbaubemessung wird zur Ermittlung der wirksamen Biegesteifigkeit das  $\gamma$ -Nährungs-Verfahren verwendet.

$\gamma$  ist hierbei der Abminderungsbeiwert für den steinerschen Biegesteifigkeitsanteil und resultiert aus der geschlossenen Lösung eines das Tragverhalten beschreibenden Differentialgleichungssystems.

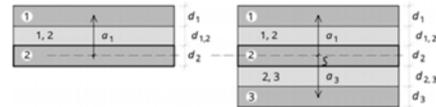
## γ-Verfahren

Voraussetzungen:

- Statisch bestimmter Einfeldträger
- Sinusförmige Belastung
- Konstante Querschnitte (max. 3 Teilquerschnitte)
- Gültigkeit der Bernoulli-Hypothese in den Teilquerschnitten
- Kontinuierlicher, konstanter Verbund
- Vernachlässigung der Schubverformung der Teilquerschnitte

Für den baupraktisch relevanten Fall der Gleichlast bildet das γ-Verfahren eine gute Näherung. Auch Schnitt- und Verformungsgrößen an Durchlaufträgern und Kragarmen können unter Berücksichtigung der Momentennullpunkte näherungsweise ermittelt werden.

## γ-Verfahren



$$\gamma_i = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 * E_i * A_i}{l^2 * c}\right)}$$

Mit  $c = \frac{b * G_R}{d}$  für flächigen Verbund

Oder  $c = \frac{K_i}{s_i}$  für Verbund mit stiftförmigen Verbindungsmitteln

$$\gamma_2 = 1$$

$$a_2 = \frac{\gamma_1 * E_1 A_1 * \left(\frac{d_1}{2} + d_{1,2} + \frac{d_2}{2}\right) - \gamma_3 * E_3 A_3 * \left(\frac{d_2}{2} + d_{2,3} + \frac{d_3}{2}\right)}{\sum_{i=1}^3 \gamma_i * E_i A_i}$$

$$a_1 = \left(\frac{d_1}{2} + d_{1,2} + \frac{d_2}{2}\right) - a_2$$

$$a_3 = \left(\frac{d_2}{2} + d_{2,3} + \frac{d_3}{2}\right) + a_2 \quad (EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i * E_i A_i * a_i^2)$$

## $\gamma$ -Verfahren

Nachlaufrechnungen:

$$N_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} * \gamma_i * a_i * E_i A_i$$

$$M_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} * E_i I_i$$

$$\tau_{2,max,d} = \frac{V_{max,d} * (\gamma_3 * E_3 A_3 * a_3 + 0,5 * E_2 * b_2 * h^2)}{(EI)_{ef} * b_2}$$

Mit  $h = a_2 + \frac{h_2}{2}$

$$t_{1(3),d} = \frac{V_{max,d} * \gamma_{1(3)} * E_{1(3)} A_{1(3)} * a_{1(3)}}{(EI)_{ef}}$$

## Schubanalogieverfahren

Mit Hilfe des im Anhang D3 der DIN 1052 verankerten Verfahrens der Schubanalogie können die Spannungen in den einzelnen Schichten, unter Berücksichtigung der Schubverformung sowie des nachgiebigen Verbundes, in den jeweiligen Tragrichtungen bestimmt werden.

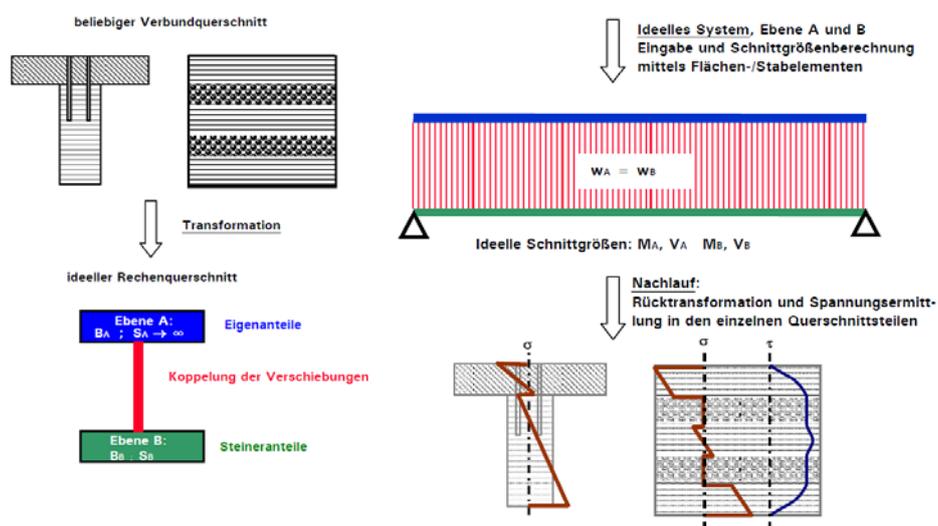
Um Spannungen aus Plattenbeanspruchungen zu ermitteln, muss zunächst der Verbundquerschnitt in den ideellen Rechenquerschnitt transformiert werden. Grundlage für die Transformation bilden die einzelnen Steifigkeitswerte des Verbundquerschnitts.

## Schubanalogieverfahren

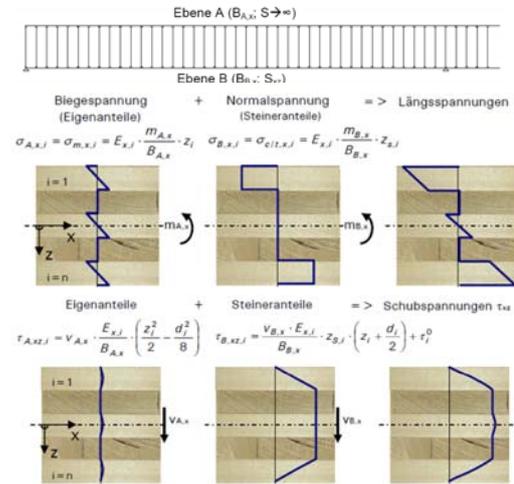
Die Anteile an der gesamten Biege- und Schubsteifigkeit des Verbundträgers wird auf zwei *Ersatzträger* – die Summe der beiden Einzelträger einerseits und die Verbundwirkung andererseits – *A* und *B* aufgeteilt. Die beiden Ersatzträger sind über dehntarke Pendelstäbe gekoppelt. Damit weisen die Träger unter Belastung die gleiche Biegelinie auf.

Die Steifigkeit des Trägers  $EI_A$  errechnet sich also aus der Summe der Steifigkeiten der Einzelquerschnitte und Träger B erhält eine *Ersatzschubsteifigkeit*  $GA_B$ , die sich aus der Fugensteifigkeit  $c$  und den Schubsteifigkeiten der Einzelquerschnitte ergibt, und eine Biegesteifigkeit  $EI_B$  aus der Summe der Steiner-Glieder.

## Schubanalogieverfahren



## Schubanalogieverfahren



$$B_B = \sum E_i A_i * z_{S,i}^2$$

$$S_B = \frac{1}{d_x^2} \left[ \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{k_{x,i}} + \frac{d_1}{2 * G_{xz,1}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 * G_{xz,n}} \right]^{-1}$$

$$B_A = \sum E_i I_i$$

$$S_A \rightarrow \infty$$

DI M. Rinnhofer  
TI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile



## Schubanalogieverfahren

Nachlaufrechnungen:

$$M_{i,d} = M_{A,d} \frac{E_i I_i}{B_A}$$

$$N_{i,d} = \pm M_{B,d} * \frac{E_i A_i * z_{S,i}}{B_B}$$

$$\sigma_A = \sigma_{m,i,d} = \pm \frac{M_{i,d}}{I_i} * z_i$$

$$\sigma_B = \sigma_{t/c,0,d} = \pm \frac{N_{i,d}}{A_i}$$

$$\sigma_{max/min} = \sigma_A + \sigma_B$$

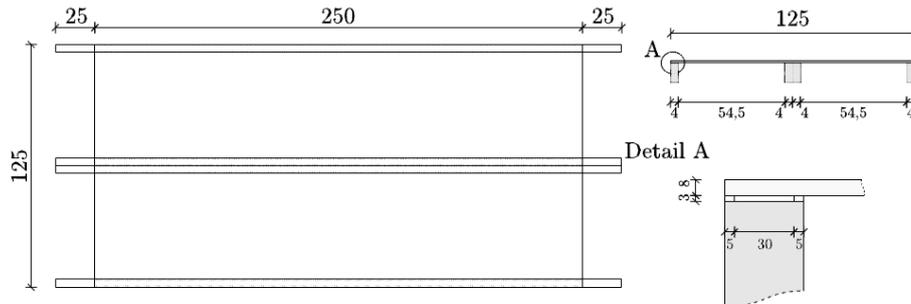
DI M. Rinnhofer  
TI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile



### Beispiel:

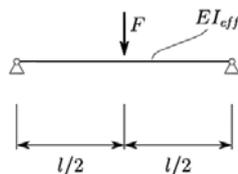
Glasplatte auf Rippen aus Kanthölzern, zwei Stück mittig, jeweils eine Rippe am Längsrand



an Anfang und Ende gelenkig gelagert; Belastung: Einzellast in Plattenmitte

Statisches System: Einfeldträger mit mittiger Einzellast

### Beispiel:



Einwirkende Kraft und Schnittgrößen

$$F = 8,5 \text{ kN}$$

$$M_{max} = F \cdot l/4 = 8,5 \cdot 2,5/4 = 5,31 \text{ kNm}$$

$$V_{max} = F/2 = 8,5/2 = 4,25 \text{ kN} \quad (\text{entspricht Auflagerkraft})$$

**Glasplatte** Materialeigenschaften und Abmessungen

$$E_G = 70000 \text{ N/mm}^2$$

$$b_G = 125 \text{ cm}$$

$$t_G = 8 \text{ mm}$$

$$A_G = 125 \cdot 0,8 = 100 \text{ cm}^2$$

$$I_G = 125 \cdot 0,8^3/12 = 5,33 \text{ cm}^4$$

$$EA_G = 7000 \cdot 100 = 700000 \text{ kN}$$

$$EI_G = 7000 \cdot 5,33 = 37333 \text{ kNcm}^2$$

**Klebefuge** Materialeigenschaften und Abmessungen

$$G_K = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$b_K = 4 \cdot 3,0 = 12 \text{ cm}$$

$$t_K = 3 \text{ mm} \quad (\text{Dicke der Klebefuge})$$

$$h_{tot} = 0,8 + 0,3 + 10,0 = 11,1 \text{ cm}$$

$$a = h_{tot} - h_G/2 - h_H/2 = 5,7 \text{ cm}$$

**Holz** Materialeigenschaften und Abmessungen

$$E_H = 9041 \text{ N/mm}^2$$

$$b_H = 4 \cdot 4,0 = 16 \text{ cm} \quad (\text{Gesamtbreite aller vier Holzrippen})$$

$$h_H = 10 \text{ cm}$$

$$A_H = 10 \cdot 16 = 160 \text{ cm}^2$$

$$I_H = 16 \cdot 10^3/12 = 1333 \text{ cm}^4$$

$$EA_H = 904,1 \cdot 160 = 144656 \text{ kN}$$

$$EI_H = 904,1 \cdot 1333 = 1205467 \text{ kNcm}^2$$

### Beispiel: $\gamma$ -Verfahren

$$c = G * \frac{b_k}{t_k} = 2,0 * \frac{12}{0,3} = 80N/mm^2$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 * EA_G}{l^2 * t_G}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 * 700000}{250^2 * 8}} = 0,0675$$

$$a_H = \frac{\gamma_1 * EA_G * a}{\gamma_1 * EA_G + EA_H} = \frac{0,0675 * 700000 * 5,7}{0,0675 * 700000 + 144656} = 1,40cm$$

$$a_G = a - a_H = 5,7 - 1,4 = 4,30cm$$

$$(EI)_{ef} = EI_G + EI_H + \gamma_1 * EA_G * a_G^2 + EA_H * a_H^2 =$$

$$= 37333 + 1205467 + 0,0675 * 700000 * 4,3^2 + 144656 * 1,4^2 = 2399976kNcm^2$$

### Beispiel: $\gamma$ -Verfahren

Normalspannungen:

$$\sigma_{N,G} = -\frac{M}{(EI)_{ef}} * \gamma_1 * a_G * E_G = -\frac{531}{2399976} * 0,0675 * 4,3 * 70000 = -4,50N/mm^2$$

$$\sigma_{N,H} = \frac{M}{(EI)_{ef}} * a_H * E_H = \frac{531}{2399976} * 1,4 * 9041 = 2,80N/mm^2$$

$$\sigma_{M,G} = -\frac{M}{(EI)_{ef}} * \frac{h_G}{2} * E_G = -\frac{531}{2399976} * \frac{0,8}{2} * 70000 = -6,20N/mm^2$$

$$\sigma_{M,H} = \frac{M}{(EI)_{ef}} * \frac{h_H}{2} * E_H = \frac{531}{2399976} * \frac{10}{2} * 9041 = 10,00N/mm^2$$

$$\sigma_{max} = \sigma_{N,H} + \sigma_{M,H} = 2,80 + 10,00 = \mathbf{12,80N/mm^2}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_{N,G} + \sigma_{M,G} = -4,50 - 6,20 = \mathbf{-10,70N/mm^2}$$

$$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{(EI)_{ef}} * \gamma_1 * EA_G * a_1 * \frac{1}{b_k} = \frac{4,25}{2399976} * 0,0675 * 70000 * 100 * \frac{4,3}{12} = \mathbf{0,30N/mm^2}$$

## Beispiel: Schubanalogieverfahren

$$a = 5,70\text{cm} \quad \text{siehe } \gamma\text{-Verfahren}$$

$$c = \frac{G_k}{t_k} = \frac{2,0}{3} = 0,667\text{N/mm}^3$$

Gewählte Materialeigenschaften für Berechnung der Schnittgrößen am Ersatzsystem im Stabwerksprogramm:

$$E_{cal} = 10000\text{N/mm}^2$$

$$G_{cal} = 7000\text{N/mm}^2$$

Querschnittswerte werden an das gewählte Material angepasst.

## Beispiel: Schubanalogieverfahren

Träger A: Biegesteifigkeit und Querschnittswert

$$B_A = EI_A = EI_G + EI_H = 37333 + 1205467 = 1242800\text{kNcm}^2$$

$$I_A = \frac{EI_A}{E_{cal}} = \frac{1242800}{10000} = 1243\text{cm}^4$$

Träger B: Biegesteifigkeit, Ersatzschubsteifigkeit und Querschnittswerte

$$B_B = EI_B = a^2 * \frac{EA_G * EA_H}{EA_G + EA_H} = 5,7^2 * \frac{700000 * 144656}{700000 + 144656} = 3894972\text{kNcm}^2$$

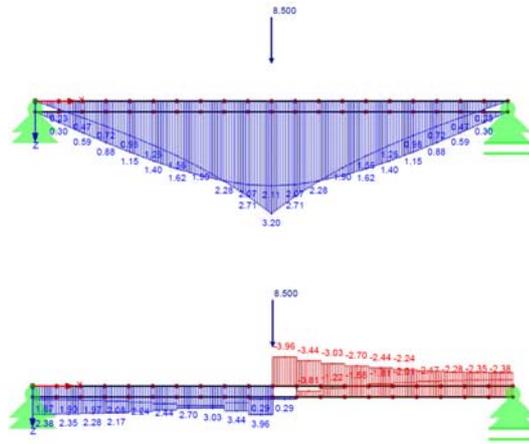
$$I_B = \frac{EI_B}{E_{cal}} = \frac{3894972}{10000} = 3895\text{cm}^4$$

$$S_B = GA_B = \left[ \frac{1}{a^2 * b_k} * \left( \frac{1}{c_F} + \frac{d_G}{2 * G_G} + \frac{d_H}{2 * G_H} \right) \right]^{-1} =$$

$$= \left[ \frac{1}{5,7^2 * 12} * \left( \frac{1}{0,667} + \frac{0,8}{2 * 2800} + \frac{10}{2 * 62} \right) \right]^{-1} = 246,8\text{kN}$$

$$A_B = \frac{S_B}{G_{cal}} = 0,353\text{cm}^2$$

### Beispiel: Schubanalogieverfahren



$$M_{A,max} = 3,20kNm$$

$$M_{B,max} = 2,11kNm$$

$$V_A(x = 0) = 1,87kN$$

$$V_B(x = 0) = 2,38kN$$

$$w_{A,max} = 11,9mm$$

$$w_{B,max} = 11,9mm$$

### Beispiel: Schubanalogieverfahren

$$M_G = M_{A,max} \frac{EI_G}{B_A} = 3,21 * \frac{37333}{1242800} = 0,096kNm$$

$$M_H = M_{A,max} \frac{EI_H}{B_A} = 3,21 * \frac{1205467}{1242800} = 3,114kNm$$

$$N_G = -\frac{M_{B,max}}{a} = -\frac{2,11}{0,057} = -37,01kN$$

$$N_H = \frac{M_{B,max}}{a} = \frac{2,11}{0,057} = 37,01kN$$

Normalspannungen:

$$\sigma_{min} = \frac{N_G}{A_G} - \frac{M_G}{I_G} * z_G = -\frac{37,01}{100} - \frac{0,096 * 100}{5,33} * \frac{0,8}{2} = -1,091kN/cm^2 = -10,91N/mm^2$$

$$\sigma_{max} = \frac{N_H}{A_H} - \frac{M_H}{I_H} * z_H = \frac{37,01}{160} + \frac{3,114 * 100}{1333} * \frac{10}{2} = 1,399kN/cm^2 = 13,99N/mm^2$$

Schubspannung in der Verbundfuge:

$$\tau_{max} = \frac{V_B}{a} * \frac{1}{b_k} = \frac{2,38}{5,70 * 12} = 0,0348kN/cm^2 = 0,348N/mm^2$$

## Beispiel: Vergleich der Ergebnisse

	$\sigma_{\max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{\min}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{\max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$w_{\max}$ [mm]
$\gamma$ -Verfahren	12,80	-10,70	0,300	11,53
Sa-Verfahren	13,99	-10,91	0,348	11,90

