
Univ.Prof. Dr.sc.techn. Georg Schitter
schitter@acin.tuwien.ac.at

Lösungen Rechenübung 4

Messunsicherheit, Messfehler, Zeit- und Frequenzmessung

Messtechnik, VU 376.045 (3 SWS, 4 ECTS)
Sommersemester 2014

Bsp. 1 – Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße

- Es soll der Wert des Wirkwiderstandes einer Impedanz bestimmt werden. Zu diesem Zweck wurden mehrere Messungen von Strom und Spannung durchgeführt:

Messung	Scheitelspannung/V	Scheitelstrom/A	Phasenwinkel/rad
1	3.250431	0.142522	0.12703
2	3.237812	0.140232	0.12654
3	3.262323	0.144513	0.12541
4	3.270122	0.145432	0.12343
5	3.234542	0.139421	0.12842

- Bestimmen Sie Mittelwert, Standardabweichung, Kovarianzen und Korrelationskoeffizienten der Messung.
- Geben sie den Wert des Wirkwiderstandes mit Messunsicherheit an.

Bsp. 1 – Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße

- Siehe Buch S. 49

	U/V	I/A	φ/rad
Mittelwert (1.46)	3.251046	0.142424	0.126166
Standardabweichung (1.48)	0.015321	0.002609	0.001872
Standardabweichung von \bar{x} (1.54)	0.006851	0.001167	$8.373804 \cdot 10^{-4}$
	(U,I)	(U,φ)	(I,φ)
Kovarianz (1.90)	$3.986211 \cdot 10^{-5}$	$-2.584956 \cdot 10^{-5}$	$-4.328268 \cdot 10^{-6}$
Kovarianz von \bar{x} (1.92)	$7.972421 \cdot 10^{-6}$	$-5.169912 \cdot 10^{-6}$	$-8.656535 \cdot 10^{-7}$
Korrelation (1.91)	0.996911	-0.901054	-0.885721
Ableitung $\frac{\partial R}{\partial x_i}(\bar{x}_i)$ (Tab. 1.7)	6.965480	-1.589977	-2.872297

- $R = \frac{U}{I} \cos\varphi$

- $R = 22.6451 \pm 0.13594 \quad (1.96)$

Bsp. 2 – Rauschen eines Messverstärkers

- Ein Tiefpassfilter erster Ordnung soll auf sein Rauschverhalten hin untersucht werden.

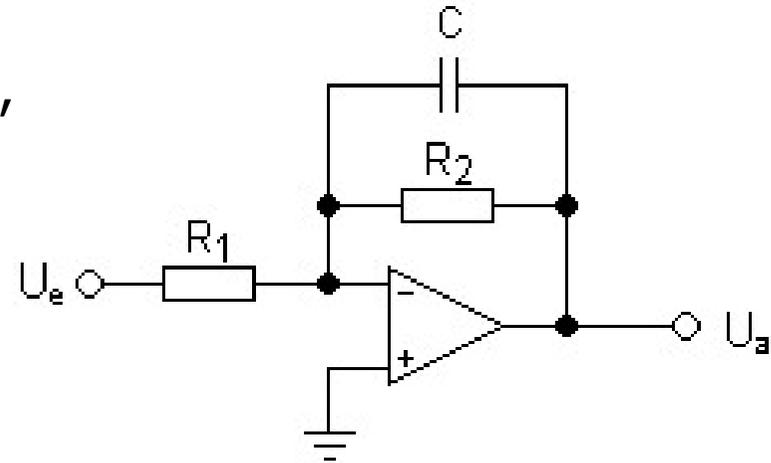
- Gegeben: $R_1=10\text{k}\Omega$, $R_2=100\text{k}\Omega$, $C=1\text{nF}$,
OP27: $V_n = 3.3 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, $I_n = 0.8 \frac{\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}}$

- Berechnen sie:

- Die spektrale Rauschdichte,
- den RMS Wert des Rauschens,
- den Peak-to-Peak Wert ($\pm 3\sigma$) des Rauschens im Frequenzbereich von 10Hz-2400Hz

am Ausgang

- Wie könnten sie das Rauschen dieser Schaltung reduzieren?



Bsp. 2 – Rauschen eines Messverstärkers

1. Spektrale Rauschdichte am Ausgang:

$$\text{I: } u_a(u_{n1}) = \frac{u_{n1}R_2}{R_1(1+sR_2C)} = u_{n1}A_1(s)$$

$$\text{II: } u_a(u_{n2}) = \frac{u_{n2}}{1+sR_2C} = u_{n2}A_2(s)$$

$$\text{III: } u_a(i_{nn}) = -\frac{i_{nn}R_2}{1+sR_2C} = i_{nn}A_3(s)$$

$$\text{IV: } u_a(i_{nn}) = 0$$

$$\text{V: } u_a(u_n) = u_n \left(1 + \frac{R_2}{R_1(1+sR_2C)} \right) = u_n A_4(s)$$

Summation der quadrierten Beträge:

$$U_a(s) = \sqrt{u_{n1}^2 |A_1(s)|^2 + u_{n2}^2 |A_2(s)|^2 + i_{nn}^2 |A_3(s)|^2 + u_n^2 |A_4(s)|^2} =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{1 + (sR_2C)^2}} \sqrt{4k_B T R_1 \Delta f \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + 4k_B T R_2 \Delta f + i_{nn}^2 R_2^2 \Delta f + u_n^2 \Delta f \frac{(R_1 + R_2)^2 + (sR_1 R_2 C)^2}{R_1^2}}$$

z.B.: 161nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ @10Hz, 26nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ @10kHz

Bsp. 2 – Rauschen eines Messverstärkers

2. RMS Wert durch Integration der Rauschdichte:

$$U_a = \int_{f_1}^{f_2} U_a(f) df$$

z.B.: 10Hz-2400Hz: 0.3mV, 10Hz - 100kHz: 1.33mV

3. Peak-to-Peak Wert (10-2400Hz): $RMS = \sigma$
 $\pm 0.9mV$ bzw. $1.8mV_{pp}$

4. Reduktion des Rauschens durch Verwendung kleinerer Widerstandswerte

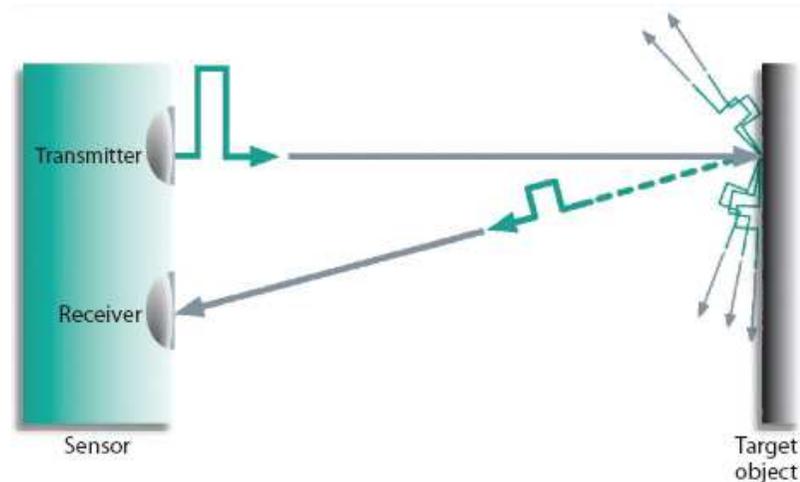
z.B.: $1k\Omega$ und $10k\Omega$ (mit $10nF$)

$56nV/\sqrt{Hz}$ @ 10Hz

$0.1mV$ 10Hz-2400Hz

Bsp. 3 – Time-of-Flight Abstandssensor

- TOF Abstandssensoren messen die Zeit, welche ein Lichtimpuls braucht um vom Sensor zu einem Objekt und wieder zurück zu gelangen.



- Welche Zeitauflösung ist nötig um eine Abstandsauflösung von 1mm zu erreichen?
- Eine Möglichkeit solch eine präzise Zeitauflösung zu erreichen ist die Zeit-zu-Amplituden Konvertierung.
- Es steht ihnen ein 16bit ADC zur Verfügung, welcher einen Eingangsspannungsbereich von $[0...3.3V]$ hat.
 - Dimensionieren sie C der Schaltung für eine Konstantstromquelle mit 10mA Ausgang.
 - Welche maximale Distanz kann damit erfasst werden?

Bsp. 3 – Time-of-Flight Abstandssensor

1. Zeitauflösung:

$$\Delta t = 2 \frac{\Delta l}{c_0} = 6.6 \text{ ps}$$

2. Kondensator:

$$C = \frac{I_c \Delta t}{U_{LSB}} = 1.3 \text{ nF}$$

3. Max. Distanz:

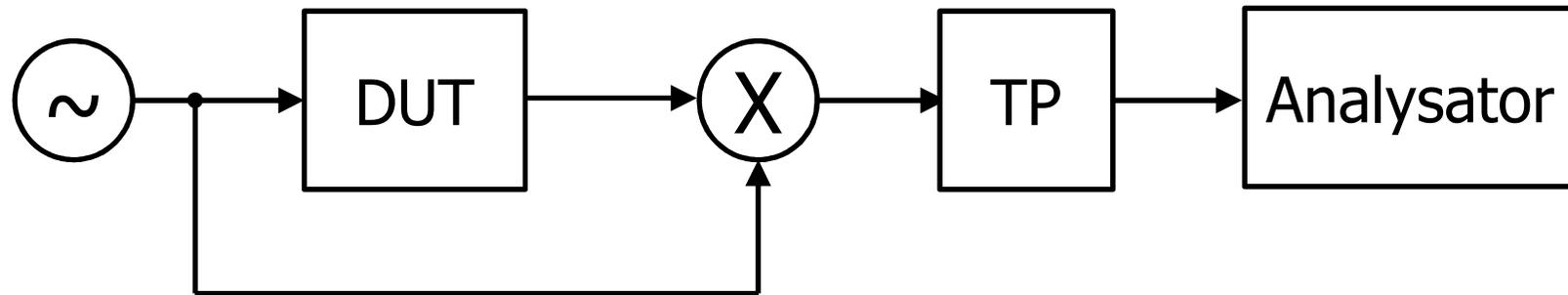
$$t_{max} = \frac{U_{max} C}{I_c} = 437 \text{ ns} \triangleq 65.5 \text{ m}$$

Bsp. 4 – Messung eines Betragsfrequenzganges

- Sie haben eine Reihe unbekannter Systeme, welche sie automatisiert Identifizieren wollen. Die sie interessierende Dynamik liegt im Bereich von 100Hz-10kHz. Für die Identifikation haben sie jeweils 10s Zeit.
- Ihnen stehen folgende Komponenten zur Verfügung:
 - Analog Multiplizierer mit 10MHz Bandbreite
 - Programmierbarer Frequenzgenerator mit max. 1MHz Ausgangsfrequenz
 - Tiefpassfilter erster Ordnung mit $f_c=[1\text{Hz}\dots 100\text{kHz}]$ in 1Hz Schritten einstellbar (jedoch nicht automatisch einstellbar!)
- Skizzieren sie den Aufbau des Messsystems.
- Zeichnen sie das Frequenzspektrum nach jeder Stufe des Messsystems.
- Die Unterdrückung der hochfrequenten Komponente nach dem Mixer soll mindestens 25dB betragen. Zusätzlich sollen mindestens 10 Perioden pro Messpunkt abgewartet werden und die Einschwingzeit des Filters von min. 5τ nicht unterschritten werden.
Wie viele Messpunkte können sie pro Sweep maximal aufzeichnen?

Bsp. 4 – Messung eines Betragsfrequenzganges

1. Aufbau:



2. Spektrum: Tafel

3. Sweep:

Tiefpassfrequenz:

$$f_c = \sqrt{\frac{10^{\frac{A}{10}} f^2}{1 - 10^{\frac{A}{10}}}} = 11.26 \text{ Hz}$$

Zeitlimits pro Messpunkt:

Settling Time = $5\tau = t_s = 72.3 \text{ ms}$

Zeit für 10 Perioden: $t_{10} = 100 \text{ ms} \longrightarrow n_{\max} = 100$

Datasheets

- http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/OP27.pdf