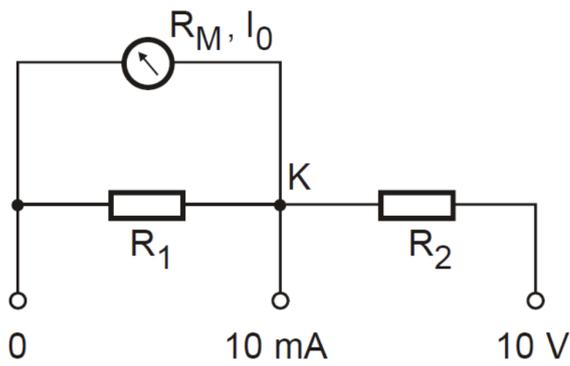


Rechenübungen Messtechnik 376.045

Sommersemester 2022

Übung 1

1. Messbereichserweiterung



Ein Drehspulinstrument mit dem Innenwiderstand $R_M = 400 \Omega$ und Vollausschlag bei $I_0 = 2 \text{ mA}$ soll für die Messbereiche 10 mA und 10 V ausgelegt werden.

- a) Dimensionieren Sie R_1 allgemein und zahlenmäßig.

Antwort: $R_1 = 100 \Omega$

- b) Dimensionieren Sie R_2 allgemein und zahlenmäßig.

Antwort: $R_2 = 920 \Omega$

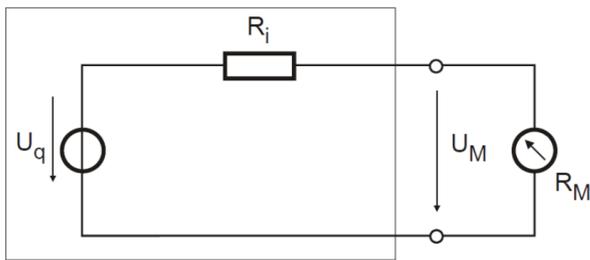
- c) Sie wollen nun im 10 mA -Messbereich den Kurzschlussstrom I_b einer Stromquelle messen. Mit welchem Widerstand R_A wird diese Stromquelle durch das Messinstrument belastet?

Antwort: $R_A = 80 \Omega$

- d) Sie wollen nun im 10 V -Messbereich die Leelaufspannung U_b einer Spannungsquelle messen. Mit welchem Widerstand R_U wird diese Spannungsquelle durch das Messinstrument belastet?

Antwort: $R_U = 1 \text{ k}\Omega$

2. Spannungsmessung



An den beiden Klemmen der Spannungsquelle wurde mit einem Spannungsmesser der Wert $U_M = 10 \text{ V}$ mit einem Widerstand $R_M = 30 \text{ k}\Omega$ gemessen. Der Innenwiderstand R_i beträgt 400Ω .

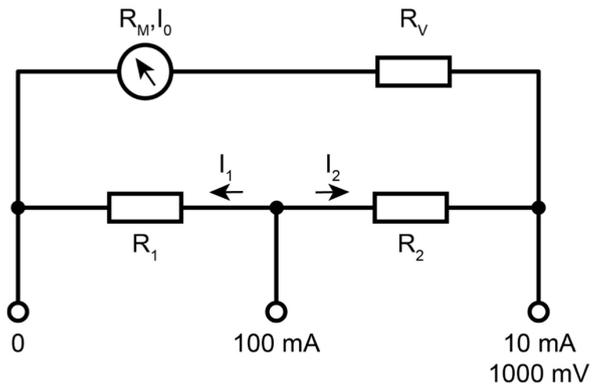
- a) Wie groß ist die Leerlaufspannung U_q der Quelle allgemein und zahlenmäßig?

Antwort: $U_q = 10.13 \text{ V}$

- b) Berechnen sie den relativen Messfehler in %.

Antwort: $f = 1.32\%$

3. Messbereichserweiterung

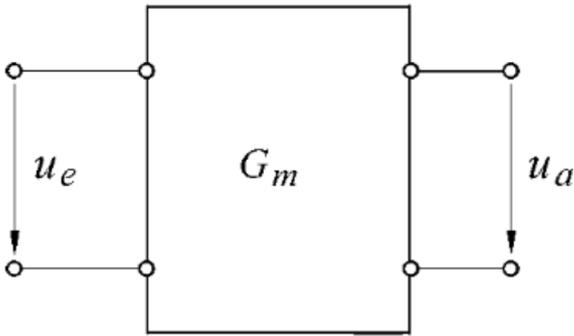


Ein Drehspulinstrument (Innenwiderstand $R_M = 50 \Omega$, Vollausschlag bei $I_0 = 8 \text{ mA}$) soll für die im Bild eingezeichneten Messbereiche ausgelegt werden.

a) Berechnen Sie R_V , R_1 und R_2

Antwort: $R_V = 75 \Omega$, $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 450 \Omega$

4. Zeitverhalten



Ein Messgerät mit dem Frequenzgang $G_m(j\omega)$ weist die Charakteristik eines Verzögerungsgliedes 1. Ordnung auf. Der Innenwiderstand R und die Eingangskapazität C beträgt 500Ω und 100 pF . Die Gleichspannungsverstärkung beträgt 20 dB wobei $|G_m(j2\pi \cdot 400 \text{ kHz})| = -20 \text{ dB}$.

- a) Bestimmen Sie die Grenzfrequenz f_g des Messgeräts.

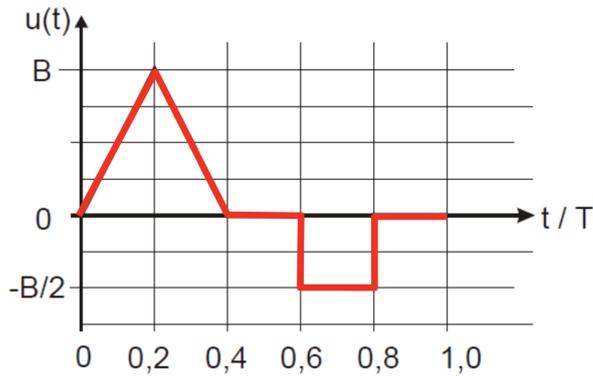
Antwort: $f_g = 4 \text{ kHz}$

- b) In welchem Frequenzbereich ist der absolute Phasenfehler des Messgeräts $\geq 10^\circ$?

Antwort: $f \geq 705.3 \text{ Hz}$

Übung 2

1. Signale



- a) Berechnen Sie für oberes periodisches Signal allgemein und zahlenmäßig ($B = 5 \text{ V}$, $T = 5 \text{ ms}$) den Spitze-Spitze Wert, den Mittelwert, den Gleichrichtwert und den Effektivwert.

Antwort: Spitze-spitze Wert $u_{pp} = 7,5 \text{ V}$, Mittelwert $\bar{u} = 0,5 \text{ V}$, Gleichrichtwert $|\bar{u}| = 1,5 \text{ V}$, Effektivwert $U_{eff} = 2,14 \text{ V}$

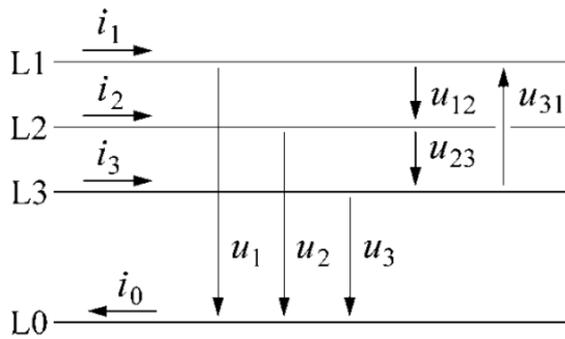
- b) Handelt es sich um ein Wechselsignal?

Antwort: Nein. Der Mittelwert ist nicht 0.

- c) Für den Wechselanteil berechnen Sie allgemein und zahlenmäßig den Gleichrichtwert, den Effektivwert, den Scheitelwert, den Formfaktor und den Crest-Faktor.

Antwort: $u_{\sim} = u - \bar{u}$, Gleichrichtwert $|\overline{u_{\sim}}| = 1,62 \text{ V}$, Effektivwert $U_{\sim,eff} = 2,08 \text{ V}$, Scheitelwert $\hat{u}_{\sim} = 4,5 \text{ V}$, Formfaktor $F = 1,28$, Crest-Faktor $k_s = 2,16$

2. Leistungsmessung



Gegeben sind die folgenden komplexen Spannungs- und Stromraumzeiger eines Dreiphasen-Wechselstromsystems:

- $U_1 = (372.0 - j330.4) \text{ V}$
- $U_2 = (-28.0 - j330.4) \text{ V}$
- $U_3 = (172.0 + j16.0) \text{ V}$
- $I_1 = (2.7 - j4.0) \text{ A}$
- $I_2 = (-1.1 - j13.2) \text{ A}$
- $I_3 = (-1.6 + j17.2) \text{ A}$

a) Berechnen Sie die gesamte Schein-, Wirk- und Blindleistung allgemein und zahlenmäßig.

Antwort: $S = (6.72 - j2.39) \text{ kVA}$, $P = 6.72 \text{ kW}$, $Q = -2.39 \text{ kVA}$

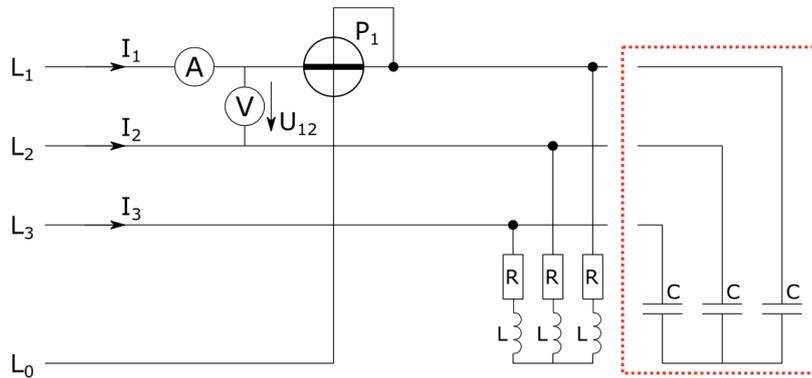
b) Skizzieren Sie die verwendeten Messschaltungen

Antwort: Siehe Foliensatz *Messtechnik_03_2_Leistung_Energie_Wechselspannung.pdf*

c) Berechnen Sie allgemein und zahlenmäßig den Wert von I_0

Antwort: $I_0 = 0 \text{ A}$

3. Leistungsmessung 2



Eine symmetrische Last hängt an einem symmetrischen 50 Hz -Dreiphasen-Drehstromsystem. Die Effektivwerte $I = 30 \text{ A}$, $U_{12} = 400 \text{ V}$ und die Wirkleistung im Strang 1 $P_1 = 5 \text{ kW}$ wurden gemessen.

- a) Ignorieren Sie zunächst die Kondensatoren in der roten Box und berechnen Sie die Blindleistung Q_1 , den Widerstand R und die Induktivität L .

Antwort: $Q_1 = 4.796 \text{ kVA}$, $R = 5.56 \Omega$, $L = 16.96 \text{ mH}$

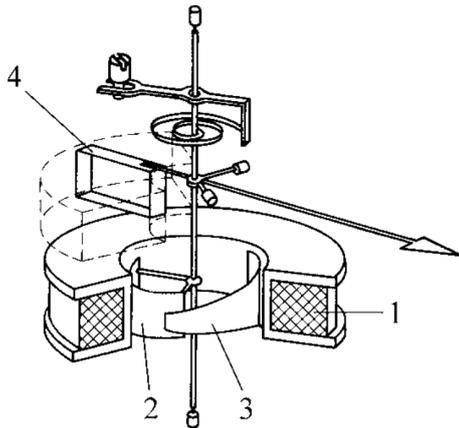
- b) Nutzen Sie die Kondensatoren in der roten Box um die Blindleistung $Q = 3Q_1$ zu kompensieren. Berechnen Sie die erforderliche Kapazität C und die Ströme I_1 , I_2 , I_3 .

Antwort: $C = 286 \mu\text{F}$, $I_1 = I_2 = I_3 = 21.7 \text{ A}$

- c) Aufgrund eines Fehlers wird die Kapazität am Strang 3 durch eine Unterbrechung ersetzt. Berechnen Sie die Ströme I_1 , I_2 , I_3 .

Antwort: $I_1 = 13.7 \text{ A}$, $I_2 = 31.1 \text{ A}$, $I_3 = 30 \text{ A}$

4. Kompensation Messgerät

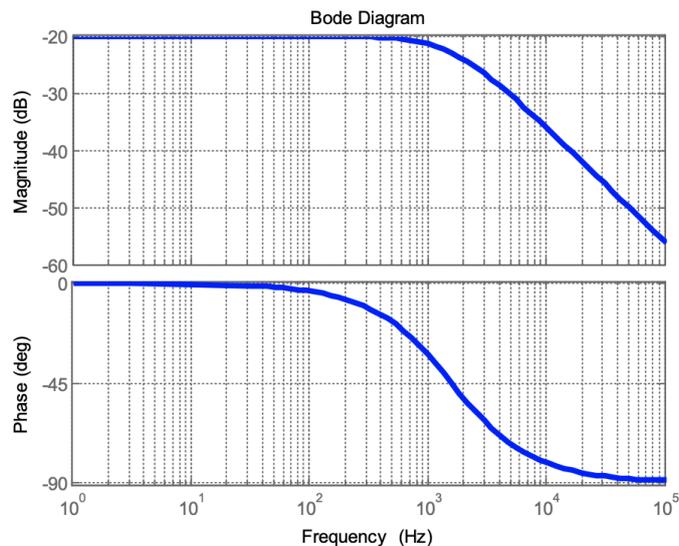


$$\underline{Z}_S = R_S + j\omega L$$

Ein Dreheisenmesswerk mit $L = 1 \text{ mH}$ und $R_s = 10 \Omega$ soll zur Spannungsmessung verwendet werden. Bei Spannungsmessung wird der Wert aus dem Strom und der Impedanz Z_s des Messwerkes indirekt ermittelt.

- a) Berechnen Sie den frequenzabhängigen Zusammenhang zwischen Strom und Spannung und stellen Sie diesen in einem Bode-Diagramm dar.

Antwort: $\frac{i_{\sim}}{u_{\sim}} = \frac{1}{R_s + j\omega L}$,

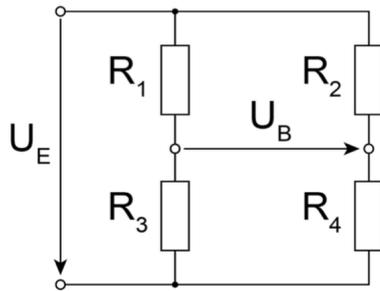


- b) Temperaturkompensation: Dimensionieren Sie einen temperaturunabhängigen Vorwiderstand R so, dass in einem Temperaturbereich von 25°C bis 75°C bei einem Temperaturkoeffizienten $\alpha = 0.004 \text{ K}^{-1}$ von R_s der Messfehler $\Delta i_{dc} < 0.1\%$ bezogen auf den Wert bei 25°C ist.

Antwort: $R \geq 1988 \Omega \rightarrow z.B. R = 2 \text{ k}\Omega$

Übung 3

1. Ausschlagbrücke



$$\begin{aligned}
 U_E &= 1V \\
 R &= R_2 = R_3 = R_4 = 350\Omega \\
 R_1 &= R + \Delta R
 \end{aligned}$$

Gegeben ist die abgebildete Ausschlagbrücke mit die jeweilige Angaben.

- a) Berechnen Sie die Brückenspannung U_B in Abhängigkeit der Widerstandsänderung ΔR des DMS und berechnen Sie die Brückenspannung für $\Delta R = 3\Omega$.

Antwort: $U_B = -2.13 \text{ mV}$

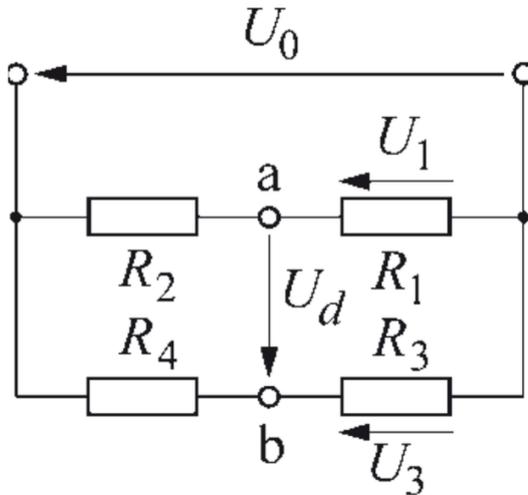
- b) Berechnen Sie die Sensitivität der Brückenspannung bezüglich ΔR , d.h. $\frac{dU_B}{d\Delta R}$.

Antwort: $\frac{dU_B}{d\Delta R} = -U_E \frac{R}{(2R + \Delta R)^2}$

- c) Der Widerstand R_3 wird durch einen weiteren DMS ersetzt, wobei $R'_3 = R - \Delta R$ gilt. Wie verändert sich die Sensitivität $\frac{dU_{B'}}{d\Delta R}$ im Vergleich zur einfachen Brückenschaltung?

Antwort: $\frac{dU_B}{d\Delta R} = -U_E \frac{1}{2R}$

2. Wheatstone-Messbrücke



Gegeben ist die abgebildete Wheatstone-Messbrücke. Berechnen Sie allgemein die Abgleichbedingung ($U_D = 0$) in Abhängigkeit der Widerstände R_1 bis R_4 . Zur Messung des Widerstandes R_2 werden die bekannten Widerstände $R_3 = R_4 = 30 \Omega$, sowie ein einstellbarer Widerstand R_1 verwendet.

- a) Die Brücke ist abgeglichen und $R_2 = 2 \Omega$. Berechnen Sie R_1 .

Antwort: Abgleichbedingung: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$, $R_1 = 2 \Omega$

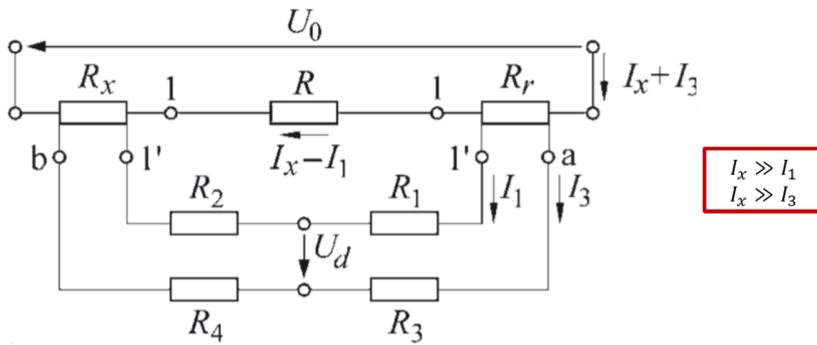
- b) Der Anschluss des Widerstands R_2 besteht aus einem Kontaktwiderstand $R_k = 0.25 \Omega$ und einem Leitungswiderstand $R_L = 0.5 \Omega$. Berechnen Sie R_1 .

Antwort: $R_1 = 2.75 \Omega$

- c) Berechnen Sie den relativen Fehler der Widerstandsmessung der durch den Anschlusswiderstand entsteht.

Antwort: $f = 37.5 \%$

3. Thomson-Brücke



Um den Einfluss des Anschlusswiderstandes bei der Messung kleiner Widerstände zu reduzieren, wird eine Thomson-Messbrücke verwendet. R_x ist der zu messende Widerstand, R ist der i.d.R. unbekannte Leitungs- und Kontaktwiderstand und R_r ein bekannter Referenzwiderstand. Gehen sie davon aus, dass $\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$ gilt, die beiden Brückenarme sind also mechanisch gekoppelt.

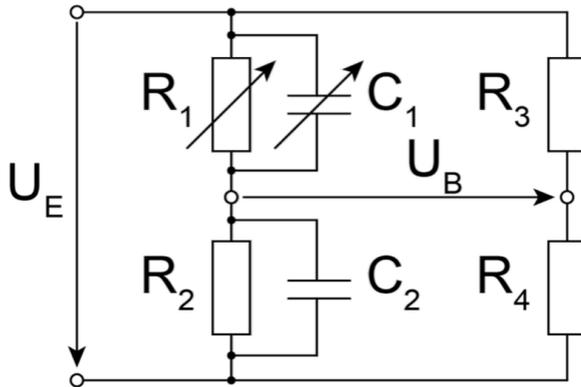
- a) Berechnen Sie einen Ausdruck für die Abgleichbedingung ($U_D = 0$) in Abhängigkeit aller Widerstände und formen Sie nach R_x um.

Antwort: Abgleichbedingung: $R_x = \frac{R_4}{R_3} \cdot R_r$

- b) Wie müssen die Widerstände R_1 , R_2 , R_3 , R_4 gewählt werden, damit die die Näherung $I_x \gg I_1$ und $I_x \gg I_3$ gilt?

Antwort: $R_1 + R_2 \gg R$, $R_3 + R_4 \gg R + R_r + R_x$

4. Wien-Brücke



a) Berechnen Sie allgemein und zahlenmäßig die Brückenspannung U_B für das Eingangssignal $U_E = A + B \cdot \sin(\omega t)$. Verwenden Sie dazu folgende Werte

- $A = 10 \text{ V}$, $B = 5 \text{ V}$, $f = 200 \text{ Hz}$
- $R_1 = 250 \Omega$
- $R_2 = R_3 = R_4 = 10 \text{ k}\Omega$
- $C_1 = 1 \text{ nF}$
- $C_2 = 10 \text{ nF}$

Antwort: $U_B = 4.756 \text{ V} + 2.378 \text{ V} \cdot \sin(400\pi \cdot t - 0.3593^\circ)$

b) Berechnen Sie allgemein die Abgleichbedingungen für diese Brücke. Der Widerstand R_1 und der Kondensator C_1 sind einstellbar und können für den Abgleich der Brücke verwendet werden.

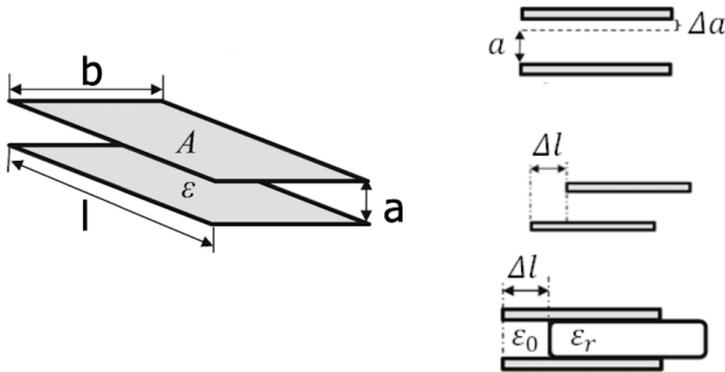
Antwort: $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{R_3}{R_4}$

c) Berechnen Sie die Werte von R_2 und C_2 im abgeglichenen Fall. Verwenden Sie dazu

- $R_1 = R_3 = R_4 = 10 \text{ k}\Omega$
- $C_1 = 1 \text{ nF}$

Antwort: $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $C_2 = 1 \text{ nF}$

5. Kapazitiver Aufnehmer



Gegeben ist der dargestellte Plattenkondensator mit $l = 10 \text{ mm}$, $b = 1 \text{ mm}$, $a = 0.1 \text{ mm}$, $\epsilon_r = 1000$.

- a) Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators.

Antwort: $C_0 = 885 \text{ pF}$

- b) Berechnen Sie die Kapazität und die Empfindlichkeit in Abhängigkeit des Plattenabstands $a_0 + \Delta a$

Antwort: $C = C_0 \cdot \frac{a_0}{a_0 + \Delta a}$, $E = -C_0 \cdot \frac{a_0}{(a_0 + \Delta a)^2}$

- c) Berechnen Sie die Kapazität und die Empfindlichkeit in Abhängigkeit der Plattenüberlappung $l - |\Delta l|$.

Antwort: $C = C_0 \cdot (1 - \frac{|\Delta l|}{l})$, $E = \frac{C_0}{l} \text{sign}(\Delta l)$

- d) Berechnen Sie die Kapazität und die Empfindlichkeit in Abhängigkeit der Position des Dielektrikums Δl .

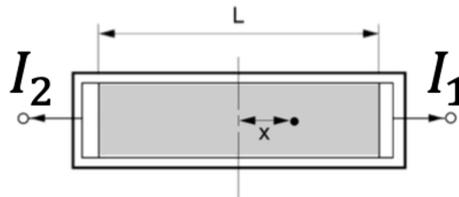
Antwort: $C = C_0 \cdot (1 - \frac{|\Delta l|}{l} + \frac{|\Delta l|}{l \cdot \epsilon_r})$, $E = -C_0 \cdot \frac{\epsilon_r - 1}{l \cdot \epsilon_r} \text{sign}(\Delta l)$

Übung 4

1. Optischer Aufnehmer



www.hamamatsu.com



General ratings / Absolute maximum ratings

Type No.	Package	Window material *1	Active area size (mm)	Absolute maximum ratings		
				Reverse voltage V_R Max. (V)	Operating temperature T_{opr} (°C)	Storage temperature T_{stg} (°C)
S3931	Ceramic	R	1 × 6	20	-10 to +60	-20 to +80
S3932		R	1 × 12			
S3270 *2		R (B)	1 × 37		-10 to +75	

Electrical and optical characteristics (Typ. $T_a=25$ °C, unless otherwise noted)

Type No.	Spectral response range λ (nm)	Peak sensitivity wavelength λ_p (nm)	Photo sensitivity S $\lambda=\lambda_p$ (A/W)	Interelectrode resistance R_{ie} $V_b=0.1$ V			Position detection error *3 E $V_R=5$ V light spot $\phi 200$ μ m		Saturation photocurrent *4 I_{ph} $V_R=5$ V $R_L=1$ k Ω (μ A)	Dark current I_D $V_R=5$ V (nA)		Temp. coefficient of I_D $T_C:I_D$ (times/°C)	Rise time t_r $V_R=5$ V $R_L=1$ k Ω (μ s)	Terminal capacitance C_t $V_R=5$ V $f=10$ kHz (pF)	Position resolution *5 (μ m)
				Min. (k Ω)	Typ. (k Ω)	Max. (k Ω)	Typ. (μ m)	Max. (μ m)		Typ. (nA)	Max. (nA)				
				S3931	320 to 1100	920	0.55	30		50	80				
S3932	700 to 1100	920	0.55	10	15	20	± 60	± 240	300	0.2	20	3.0	80	0.3	
S3270	700 to 1100	960	0.55	10	15	20	± 100	± 400	300	0.5	20	1.0	100	2.8	

www.hamamatsu.com

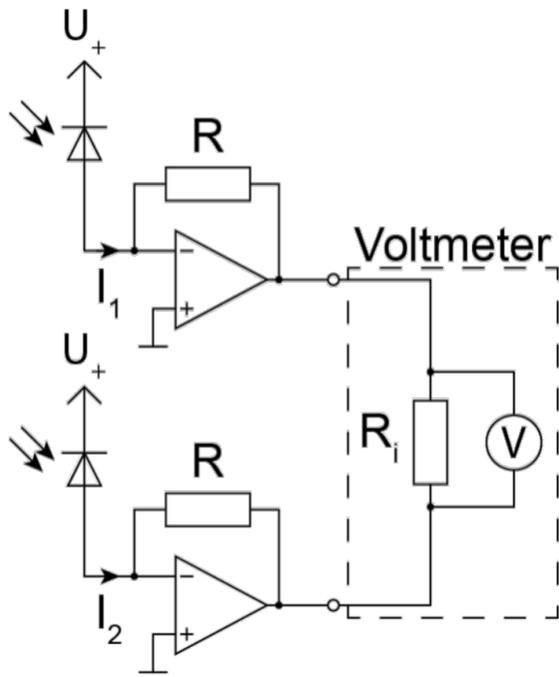
Mit einer lateralen Photodiode (S3932) soll die Position eines Laserstrahls gemessen werden.

- a) Berechnen Sie die Position x des Laserstrahls in Abhängigkeit der Ströme I_1 und I_2 . Nehmen Sie dabei eine lineare Abhängigkeit zwischen x und der Differenz der Ströme $\Delta I = I_1 - I_2$ an.

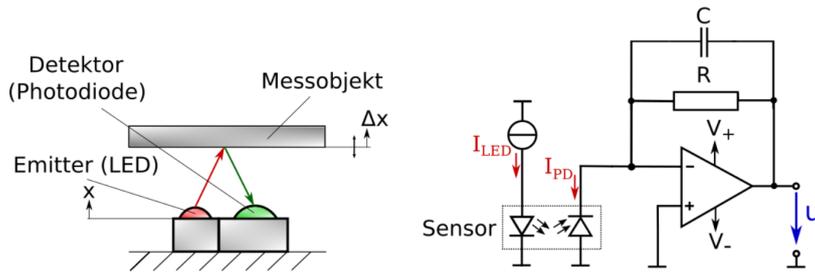
Antwort: $x = L \cdot \frac{\Delta I}{2 \cdot (I_1 + I_2)}$

- b) Die Anzeige der Auslenkung soll mit einem Voltmeter erfolgen (Messbereich: ± 10 V). Laser Leistung: 5 mW, Laser Wellenlänge: $\lambda = 920$ nm. Restliche Daten finden Sie aus dem Datenblatt. Entwerfen und dimensionieren eine entsprechende Verstärkerschaltung (Vollausschlag des Voltmeters bei voller Auslenkung des Lasers).

Antwort: $R = 3.64$ k Ω ,



2. Optischer Näherungssensor



Ein optischer Näherungssensor wird zur Messung der Auslenkung Δx eines Messobjektes verwendet. Im zugehörigen Datenblatt ist der maximale Photostrom mit $I_{PD,max} = 100 \mu\text{A}$ angegeben. Der OPV wird bipolar mit $\pm 5 \text{ V}$ versorgt.

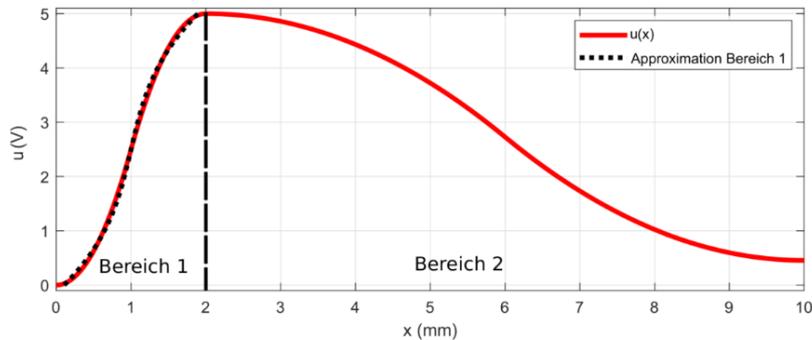
- a) Dimensionieren Sie die angegebene Verstärkerschaltung so, dass
- bei $I_{PD} = I_{PD,max}$ die Ausgangsspannung $u = 5 \text{ V}$ beträgt,
 - die 3dB-Bandbreite bei $f = 1 \text{ kHz}$ liegt

Antwort: $R = 50 \text{ k}\Omega$, $C = 3.183 \text{ nF}$

- b) Mit einer Kalibriervorrichtung wird nun folgende Kennlinie aufgenommen, wobei Bereich 1 mit dem Polynom

$$u(x) = -1.82 \text{ V/mm}^3 x^3 + 5.46 \text{ V/mm}^2 x^2 - 1.22 \text{ Vmm}^{-1} x + 0.1 \text{ V} \quad (0.1)$$

angenähert werden kann.



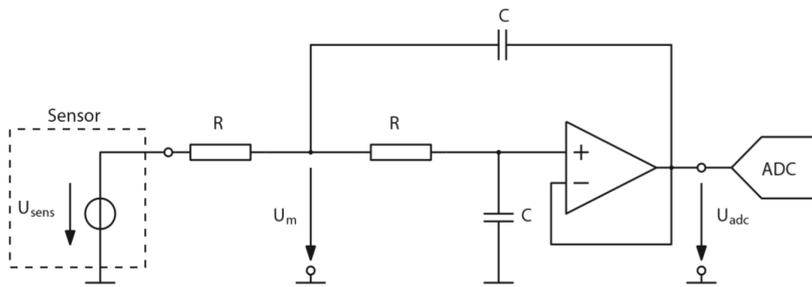
Berechnen Sie den Abstandswert, in welchem die Sensitivität $S = \frac{du}{dx}$ maximiert wird.

Antwort: $x_{S,max} = 1 \text{ mm}$

- c) Warum eignet sicher dieser Messaufbau für Abstandsmessungen im Bereich $[1 \text{ mm}, 4 \text{ mm}]$ nicht? Begründen Sie Ihre Antwort!

Antwort:

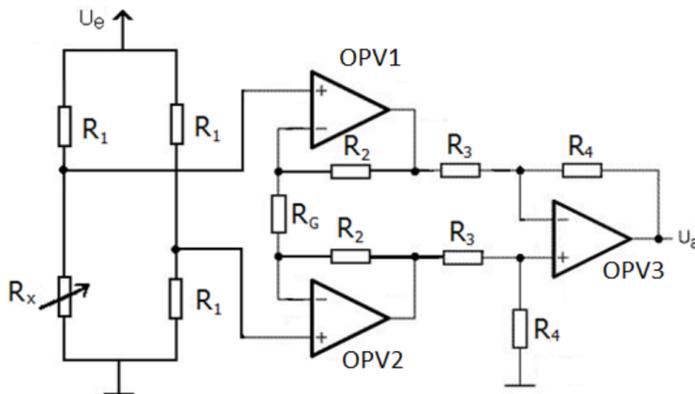
3. Sallen-Key Tiefpassfilter



Das Sensorsignal U_{sens} soll mit einem Analog-Digital Wandler (ADC) digitalisiert werden. Um Aliasing zu verhindern wird ein aktiver Tiefpass zweiter Ordnung nach Sallen-Key verwendet.

- Der ADC tastet seinen Eingang mit 2 MHz ab.
 - Der Operationsverstärker kann als ideal angenommen werden.
- a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G_{adc,m}(j\omega) = U_{adc}/U_m$ zwischen der eingezeichneten Hilfsgrößen U_m und dem Ausgang U_{adc} .
Antwort: $G_{adc,m}(j\omega) = \frac{U_{adc}}{U_m} = \frac{1}{1+j\omega RC}$
 - b) Bestimmen Sie die eingezeichnete Hilfsgröße U_m als Funktion von U_{adc} , U_{sens} , R , C und ω .
Antwort: $U_m = \frac{U_{adc}(1+j\omega RC) + U_{sens}}{2+j\omega RC}$
 - c) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(j\omega) = U_{adc}/U_{sens}$ des Filters.
Antwort: $G(j\omega) = \frac{U_{adc}}{U_{sens}} = \frac{1}{(1+j\omega RC)^2}$
 - d) Bestimmen Sie die Zeitkonstante $\tau = RC$ des Filter, um bei der Nyquist-Frequenz eine Dämpfung von 20dB zu erreichen.
Antwort: $\tau = \frac{3}{\omega} = \frac{3}{(2\pi \cdot 1 \text{ MHz})} = 477.5 \text{ ns}$

4. Instrumentenverstärker



Ein Instrumentenverstärker wird benutzt um die Ausgangsspannung einer Messbrücke zu erfassen: $U_e = 10 \text{ V}$, $R_x = 10 \text{ k}\Omega \pm 20 \Omega$. Ihnen stehen OPVs der Type OP27 mit einem Gain-Bandwidth Product von 8 MHz zur Verfügung.

- a) Dimensionieren Sie die Schaltung so, dass die Widerstandsänderung in ein Signal mit $\pm 1 \text{ V}$ transformiert wird. Dabei sollen Änderungen mit bis zu 500 kHz detektiert werden und ein möglichst geringes Rauschen erzielt werden.

(Hinweis: Friis-Formel)

Antwort: $G_{soll} = 200$, $G_1 = 16$, $G_2 = 12.5$

- b) Wie wirken sich eine Eingangsoffsetspannung U_{OS} und Eingangsströme I_p bzw. I_n auf die Ausgangsspannung U_a aus?

(Hinweis: Berücksichtigen Sie nur die nichtidealen Eigenschaften von OPV1)

Antwort: Offsetspannung: $U_a = G_2 G_1 U_{OS}$

Eingangsströme:

Pos. Eingang: $U_a = G_2 G_1 \frac{R_1}{2} I_p$,

Neg. Eingang: $U_a = G_2 R_2 I_n$

Übung 5

1. Auswertungen von Messungen einer einzelnen Messgröße

Messung	Scheitelspannung/V	Scheitelstrom/A	Phasenwinkel/rad
1	3.2503	0.1405	0.1270
2	3.2378	0.1402	0.1260
3	3.2623	0.1445	0.1253
4	3.2701	0.1454	0.1234
5	3.2345	0.1394	0.1283

Es soll der Wert des Wirkwiderstandes einer Impedanz bestimmt werden. Zu diesem Zweck wurden mehrere Messungen von Strom und Spannung durchgeführt.

- a) Bestimmen Sie Mittelwert, Standardabweichung, Kovarianzen und Korrelationskoeffizienten der Stichprobe

Antwort:

- $\bar{U} = 3.251 \text{ V}$, $\bar{I} = 0.1420 \text{ A}$, $\bar{\varphi} = 0.1260 \text{ rad}$
- $s(U) = 0.0153 \text{ V}$, $s(I) = 0.0027 \text{ A}$, $s(\varphi) = 0.0018 \text{ rad}$
- $cov(U, I) = 40.23 \times 10^{-6} \text{ V A}$, $cov(U, \varphi) = -24.06 \times 10^{-6} \text{ V rad}$, $cov(I, \varphi) = -4.52 \times 10^{-6} \text{ A rad}$
- $r(U, I) = 0.957$, $r(U, \varphi) = -0.853$, $r(I, \varphi) = -0.896$

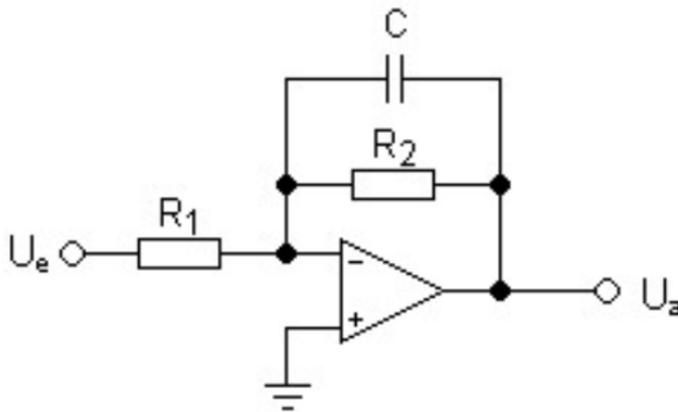
- b) Bestimmen Sie die Unsicherheit des Mittelwertes der Stichprobe mit einer 95.5%-igen Aussagewahrscheinlichkeit

Antwort: $U(\bar{U}) = 0.0204 \text{ V}$, $U(\bar{I}) = 0.0037 \text{ A}$, $U(\bar{\varphi}) = 0.0025 \text{ rad}$

- c) Geben sie den Wert des Wirkwiderstandes mit Messunsicherheit an

Antwort: $R = 22.713 \pm 0.5185 \Omega$

2. Rauschen eines Messverstärkers



Das Rauschverhalten eines Messverstärkers soll untersucht werden. Die Bauteilwerte des Messverstärkers betragen $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 1 \text{ nF}$ und die Umgebungstemperatur beträgt $T = 25^\circ\text{C}$. Der Operationsverstärker OP07 hat eine Rauschspannungsdichte $U_n = 10 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$ und eine Rauschstromdichte $I_n = 0.3 \frac{\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}}$.

- a) Bestimmen Sie die Gleichspannungsverstärkung A und die -3dB-Bandbreite f_{-3dB} der Schaltung.

Antwort: $A = -10$, $f_{-3dB} = 1.592 \text{ kHz}$

- b) Bestimmen Sie die Rauschspannungsdichten U_{R1} und U_{R2} der Widerstände R_1 und R_2 in $\frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$.

Antwort: $U_{R1} = 12.8 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, $U_{R2} = 40.6 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$

- c) Bestimmen Sie die vier Transferfunktionen der einzelnen, nicht korrelierten Rauschquellen (U_{R1} , U_{R2} , U_n , I_n) zum Ausgang der Schaltung.

Antwort: $\frac{U_a}{U_{nR1}} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1+j\omega R_2 C}$, $\frac{U_a}{U_{nR2}} = \frac{1}{1+j\omega R_2 C}$, $\frac{U_a}{U_n} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1+j\omega R_2 C}$, $\frac{U_a}{I_n} = \frac{R_2}{1+j\omega R_2 C}$

- d) Berechnen Sie die spektrale Rauschleistungsdichte am Eingang der Schaltung als Funktion der Frequenz.

Hinweis: $PSD_{out}(f) = |G(f)|^2 PSD_{in}(f)$.

Antwort: $PSD_{RTI}(f) = U_{R1}^2 + \frac{U_{R2}^2}{A^2} + U_n^2 \left(1 + \frac{2}{A} + \frac{1+(\omega R_2 C)^2}{A^2}\right) + I_n^2 \frac{R_2^2}{A^2}$ mit $A = \frac{R_2}{R_1}$

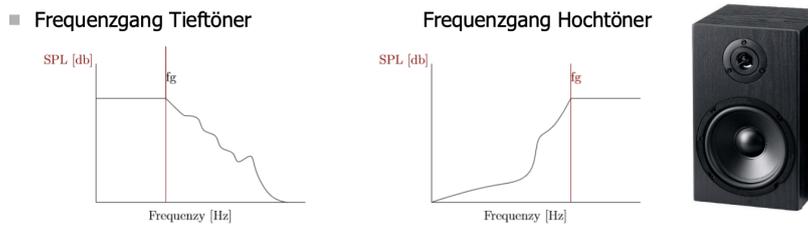
- e) Berechnen Sie den RMS Wert des Rauschens am Eingang in einem Frequenzbereich von 100 Hz bis 100 kHz.

Antwort: $U_{n,RTI} = 12.735 \mu\text{V}$

- f) Berechnen Sie die durch den Verstärker verursachte Messunsicherheit innerhalb derer 99.7% der Messwerte von U_e liegen werden.

Antwort: $U(U_m) = \pm 3U_{n,RTI} = 76.41 \mu\text{V}$

3. Aktive Frequenzweiche



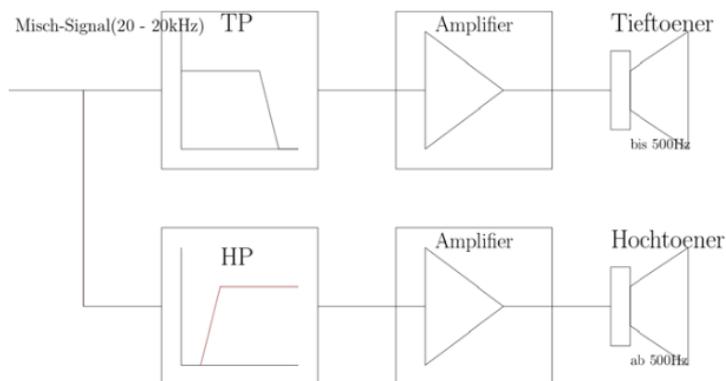
Kaum ein Lautsprecher kann über den gesamten hörbaren akustischen Frequenzbereich von 20 Hz bis 20 kHz einen ausreichenden Schalldruckpegel liefern. Abhilfe schaffen Zweiwegelautsprecher mit Hoch- und Tieftöner. Die Aufteilung des Signals übernimmt eine dabei sogenannte Frequenzweiche. Hoch- und Tieftöner sollen in Kombination das ganze akustische Spektrum eines Musiksignal abdecken. Die Grenzfrequenz f_g der Lautsprecher beträgt 500 Hz.

Gehen Sie von folgender Struktur (für beide Lautsprecher) aus:



- a) Skizzieren Sie das Blockdiagramm eines Zweiwegelautsprechersystems mit Hoch- und Tieftöner, zugehöriger Verstärker und Filter. Beide Lautsprecher werden vom gleichen Musiksignal angesteuert.

Antwort:



- b) Wieso wird diese Frequenzweiche als aktiv bezeichnet?

Tipp: Gehen Sie von der oben gezeigten Struktur aus.

Antwort: Weil in der Struktur Verstärker integriert sind, die aufgrund des hohen Eingangswiderstandes die Rückwirkung des jeweiligen Lautsprechers auf das Filter unterbindet.

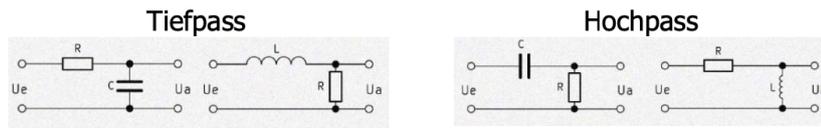
- c) Entwerfen Sie jeweils einen RC und RL HP und TP 1. Ordnung (in Summe 4 Filter) als Vorfilter für die beiden Lautsprecher, wobei $R = 500 \Omega$ ist. An der Grenzfrequenz soll in beiden Lautsprechern die halbe Signalleistung umgesetzt werden.

Antwort: $C = 636.6 \text{ nF}$, $L = 159.2 \text{ mH}$

- d) Wodurch unterscheiden sich die RC und RL Filter?

Tipps: Der Filterausgang kann als unbelastet betrachtet werden ($I_a = 0 \text{ A}$), da der Verstärkereingang sehr hochohmig ist.

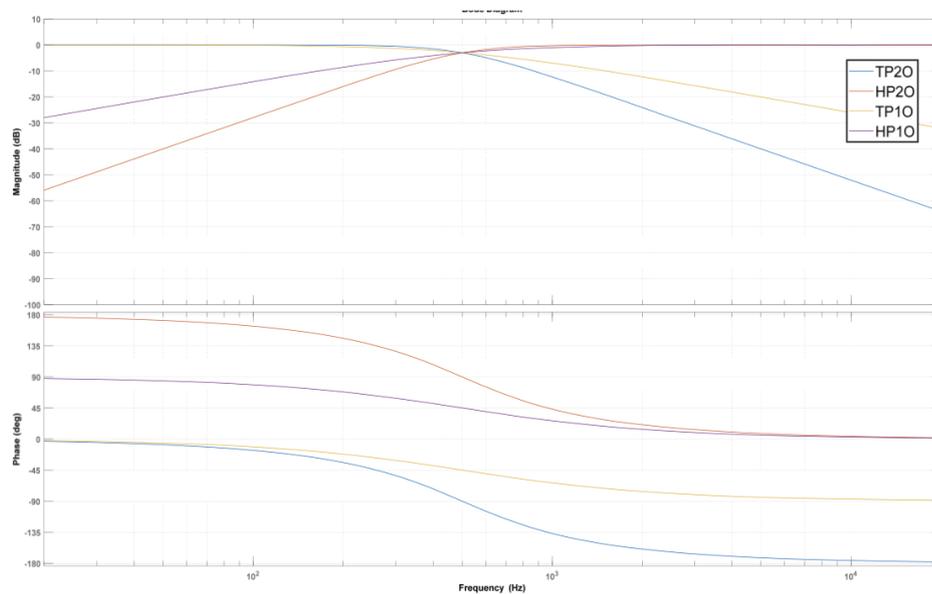
Antwort: Der Kondensator und die Spule befinden sich an der jeweils entgegengesetzten Position in der Filterschaltung.



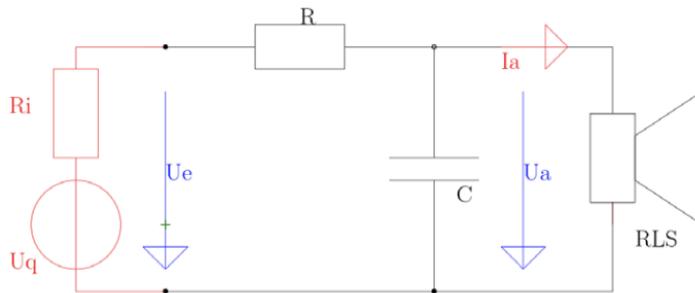
- e) Entwerfen Sie je einen passiven RLC HP und TP 2. Ordnung, wobei $L = 50 \text{ mH}$ ist. An der Grenzfrequenz soll in beiden Lautsprechern die halbe Signalleistung umgesetzt werden. Vergleichen Sie die Charakteristik der Filter 1. und 2. Ordnung anhand ihrer Bodediagramme.

Tipps: Der Filterausgang kann als unbelastet betrachtet werden ($I_a = 0 \text{ A}$), da der Verstärkereingang sehr hochohmig ist. Stellen Sie die analytischen Übertragungsfunktionen auf und plotten Sie diese in Matlab oder einer ähnlichen Software.

Antwort: $C = 2.026 \mu\text{F}$, $R = 222.19 \Omega$



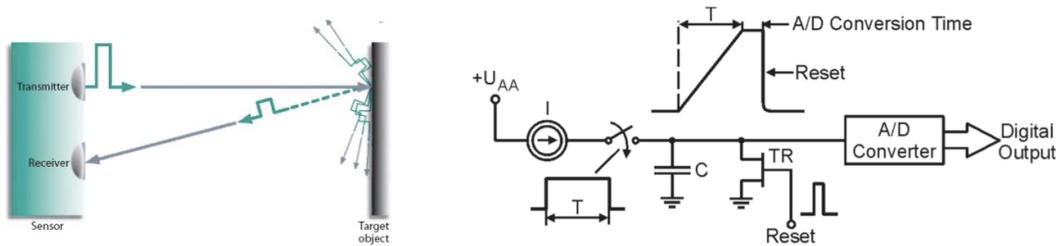
4. Passive Frequenzweiche



Gehen Sie von der unten dargestellten passiven Frequenzweiche aus und davon, dass der Lautsprecher in erster Näherung durch einen $4\ \Omega$ Widerstand R_{LS} modellierbar ist.

- a) Warum spricht man in diesem Fall von einer passiven Frequenzweiche?
Antwort: Im Filter kommen nur passive Bauteile zum Einsatz.
- b) Was darf im Gegensatz zum aktiven Filter hier nicht vernachlässigt werden?
Antwort: Da das Filter nicht über einen hochohmigen Verstärker von der Last getrennt ist, darf der Strom durch die Last nicht vernachlässigt werden.
- c) Gehen Sie von einem Quelleninnenwiderstand $R_i = 0\ \Omega$ aus. Verwenden Sie den in Bsp. 3.3. berechneten RC TP. Wie beeinflusst die Last R_{LS} die Grenzfrequenz der RC Gliedes? Kompensieren Sie die den Einfluss des Lastwiderstand durch eine Anpassung des Filterwiderstands R und stimmen Sie mit C die Grenzfrequenz f_g des Filters wieder auf $500\ \text{Hz}$ ab.
 Tipp: Bestimmen sie die Zeitkonstanten indem Sie einen Ersatzwiderstand für R und R_{LS} berechnen.
Antwort: $f_{g,neu} = 63.2\ \text{kHz}$, $R = 0.5\ \Omega$, $C = 716\ \mu\text{F}$
- d) Gehen Sie von einem Quelleninnenwiderstand von $50\ \Omega$ aus. Verwenden Sie den in Bsp. 3.3. berechneten RC HP. Wie beeinflusst die Last R_{LS} die Grenzfrequenz der RC Gliedes?
 Tipp: Bestimmen sie die Zeitkonstanten indem Sie einen Ersatzwiderstand für R , R_i und R_{LS} berechnen.
Antwort: $f_{g,neu} = 4.97\ \text{kHz}$

5. Time-of-Flight Abstandssensor



TOF Abstandssensoren messen die Zeit, welche ein Lichtimpuls braucht um vom Sensor zu einem Objekt und wieder zurück zu gelangen und berechnen daraus den Abstand zum Objekt.

- a) Welche Zeitauflösung ist nötig um eine Abstandsauflösung von 1mm zu erreichen?

Tipp: Eine Möglichkeit eine präzise Zeitauflösung zu erreichen ist die Zeit-zu-Amplituden Konvertierung.

Antwort: $\Delta t = 6.666 \text{ ps}$

- b) Es steht ein 16bit ADC zur Verfügung, welcher einen Eingangsspannungsbereich von $[0 \dots 3.3\text{V}]$ besitzt (Hinweis: vernachlässigen Sie die nichtidealen Eigenschaften des ADCs). Dimensionieren Sie die Kapazität C der Schaltung für eine Konstantstromquelle mit $I = 10 \text{ mA}$ um eine Auflösung von 1 mm zu erreichen.

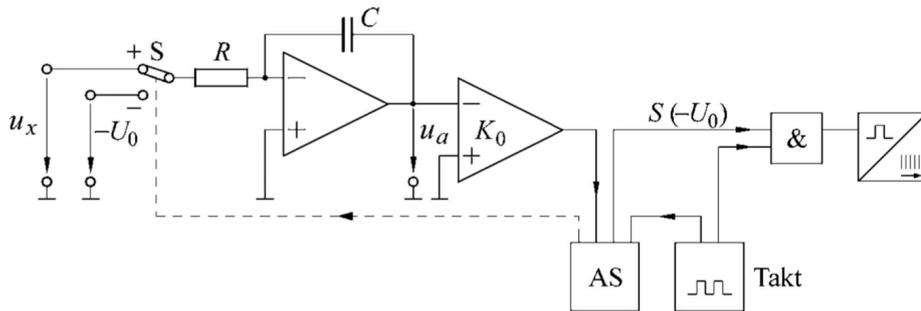
Antwort: $C = 1.324 \text{ nF}$

- c) Welche maximale Distanz kann damit erfasst werden?

Antwort: $l_{max} = 65.536 \text{ m}$

Übung 6

1. Dual Slope Konverter



Ein 8-bit Dual Slope Konverter bildet die Ausgangsspannung eines Sensors ($\pm 5\text{ V}$) digital ab. Um Aliasing zu vermeiden soll ein RC-Tiefpass 1-ter Ordnung dimensioniert werden. Die maximale auftretende Signalfrequenz f_{sens} beträgt 300 Hz.

- a) Berechnen Sie die Auflösung des ADCs (U_{LSB})

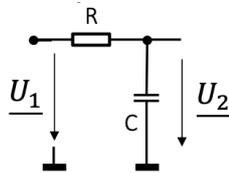
Antwort: $U_{LSB} = 39.1\text{ mV}$

- b) Geben Sie die zu erwartende Rauschspannung (U_{Rausch}) an

Antwort: $U_{Rausch} = 11.3\text{ mV}$

- c) Dimensionieren Sie den Antialiasing-Filter (RC-Tiefpass 1-ter Ordnung), dass die -3dB Grenzfrequenz des Filters der Signalfrequenz f_{sens} entspricht. Berechnen Sie die zugehörige Zeitkonstante τ des Filters. Um Signaldämpfung und Phasendrehung zu reduzieren wird die Grenzfrequenz um eine Dekade erhöht. Was bedeutet dies für die Abtastfrequenz?

Antwort: RC Tiefpass 1ter-Ordnung:



-3dB wird an der Grenzfrequenz f_g erreicht ($f_g = f_{sens}$), wobei f_g die Polstelle der Übertragungsfunktion ist.

$$\tau = 0.53\text{ ms}$$

Die Abtastfrequenz kann nun unter der Annahme bestimmt werden, eine bestimmte Dämpfung bei der Nyquist-Frequenz zu erreichen:

$$\text{z.B. } D(\omega) = |G(j\omega)| = -20\text{ dB} \rightarrow f_{Nyquist} = f_{sens} \cdot 2 \cdot 100 = 60\text{ kHz}$$

Es wäre dann eine Abtastfrequenz von 60 kHz zu wählen.

- d) Berechnen Sie die Frequenz, mit der sie abtasten müssen, damit der Abtastfehler eines sinusförmigen Messsignals stets kleiner als $1 U_{LSB}$ ist („Echtzeit Signalabtastung“).

Antwort: $f_A = 240.3\text{ kHz}$

- e) Berechnen Sie die Integrationszeit $T_1 = t_2 - t_1$ und die Messzeit $T_M = t_x - t_2$ der Dual-Slope Schaltung unter Berücksichtigung folgender Angaben:

- u_x wird mit einer Offsetspannung auf den Bereich $[0...10]$ V angehoben
- $U_0 = 5$ V, $R = 2.2$ k Ω , $C = 1.5$ nF, $u_{a,max} = 10$ V

Antwort:

- Integrationszeit: $T_I = 3.3$ μ s
- Messzeit: $T_M = 6.6$ μ s

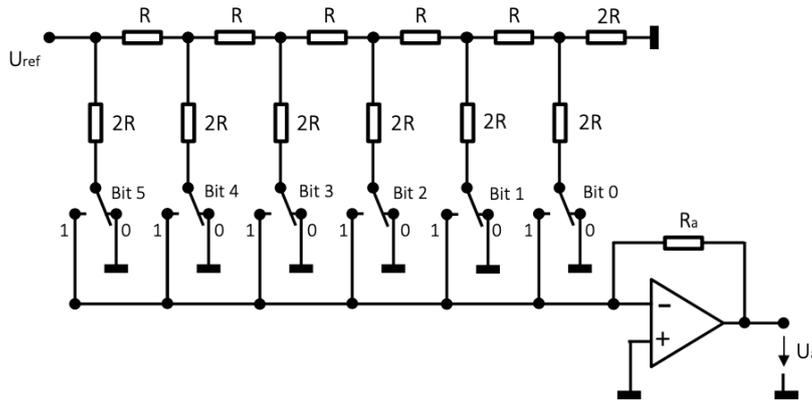
f) Wie groß muss die interne Pulsfrequenz f_{Takt} sein, damit jedes Bit mit mindestens einem Puls abgebildet wird?

Antwort: pro Bit wird ein Takt benötigt: $f_{Takt} = 38.8$ MHz

g) Der Komparator sei ideal bis auf eine Schaltzeit $t_k = 10$ ns. Welcher Art ist die dadurch entstehende Abweichung von der Sollcharakteristik? Berechnen sie den relativen Fehler bei $U_x = 2.5$ V.

Antwort: Es entsteht dadurch ein Offset Fehler von 10 ns. Der relative Fehler beträgt 0.6% Dies einer äquivalenten Offsetspannung von 15 mV (im Vergleich: $U_{LSB} = 39.1$ mV)

2. R-2R DAC



Gegeben ist ein DAC nach dem Wageverfahren mit folgenden Parametern:
 $U_{ref} = -5\text{ V}$, $R = 1\text{ k}\Omega$

- a) Berechnen Sie den Strom i_{ges} mit der U_{ref} belastet wird. Wie groß sind die Teilströme durch jeden Schalter? Dimensionieren Sie R_a für eine maximale Ausgangsspannung U_a gleich 10 V ?

Antwort: $i_{ges} = 5\text{ mA}$, $R_a = 2.03 \cdot R$

- b) Geben Sie für die anliegende Eingangskombination Bit5=0; Bit4=1; Bit3=1; Bit2=0; Bit1=0; Bit0=1 die Spannung U_a am Ausgang des OPVs an.

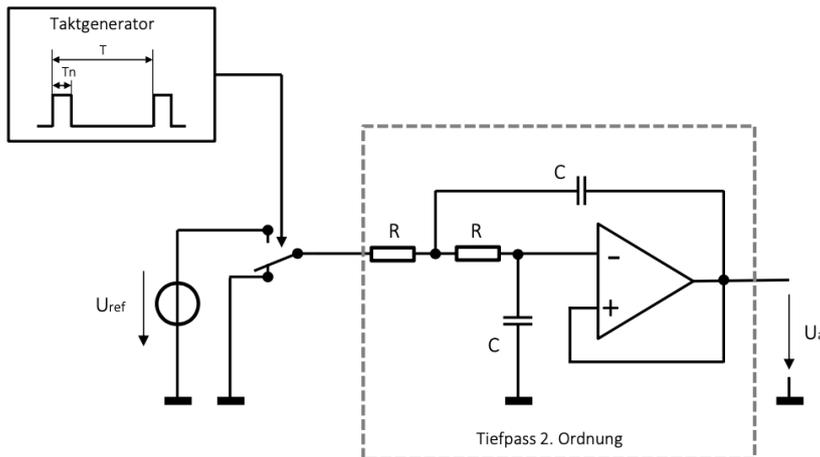
Antwort: $U_a = 3.965\text{ V}$

- c) Berechnen Sie die maximale Fehlerspannung ΔU_a die in einem Temperaturbereich von -30°C bis 80°C auftritt und geben Sie die Temperatur und die Schalterkombination an, bei der diese auftritt (Referenztemperatur 20°C):

- Temperaturänderung von R:
 $R(T) = R(20^\circ\text{C}) \cdot [1 + \alpha \cdot (T - 20^\circ\text{C})]$ mit $\alpha = 5 \times 10^{-4}\text{ 1}/^\circ\text{C}$
- Temperaturänderung von U_{ref} :
 $U_{ref}(T) = -5\text{ V} \cdot [1 + \beta \cdot (T - 20^\circ\text{C})]$ mit $\beta = 2 \times 10^{-5}\text{ 1}/^\circ\text{C}$

Antwort: Unabhängig von $R(T)$ tritt die max. Fehlerspannung bei 80°C auf:
 $\Delta U_a = 12\text{ mV}$

3. Tastverhältnis DAC



Die gepulste Referenzspannung ($U_{ref} = 5\text{ V}$) wird über einen Sallen-Key Filter (Tiefpass-Filter 2-ter Ordnung) geglättet. Die Periodendauer T der Pulse beträgt 1 ms , es soll ein 8bit DAC realisiert werden.

- a) Wie groß ist die maximal darstellbare Ausgangsspannung?

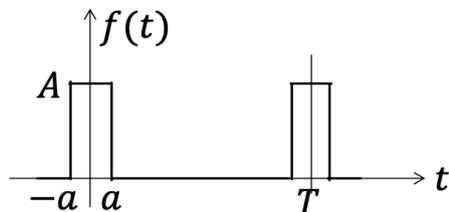
Antwort: $U_{max} = 4.98\text{ V}$

- b) Es wird ein Digitalwert von 10010000_b vorgegeben. Berechnen sie den Mittelwert von U_a ?

Antwort: $U_a = 2.81\text{ V}$

- c) Das Signal nach dem Schalter kann durch folgende Fourierreihe beschrieben werden:

$$f(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n(t) = \frac{2A \cdot a}{T} + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{2\pi n}{T} \cdot a\right)}{n} \cos\left(\frac{2\pi n}{T} \cdot t\right)$$



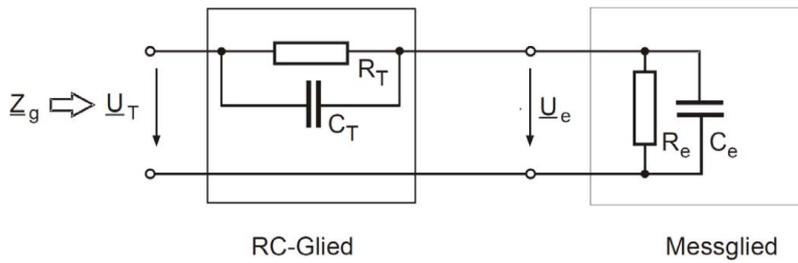
Berechnen sie die maximale Amplitude der Grundwelle $U_1(t)$. Bei welchem Tastverhältnis tritt diese auf?

Antwort: $U_{1,max} = \frac{2 \cdot U_{ref}}{\pi}$ bei einem Tastverhältnis $T_V = \frac{T_{on}}{T_{off}} = 1$

- d) Die Welligkeit der Ausgangsspannung soll kleiner als $\frac{1}{10} U_{LSB}$ sein, wobei nur die Grundwelle zu berücksichtigen ist. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion und Zeitkonstante, $\tau = RC$, des TP-Filters.

Antwort: $|G_{TP}\left(\frac{2\pi}{T}\right)| = -64\text{ dB}$, $G_{TP}(j\omega) = \frac{1}{(1+j\omega\tau)^2}$, $\tau = 6.3\text{ ms}$

4. Frequenzkompensierter Spannungsteiler



- a) Berechnen Sie allgemein den komplexen Spannungsteilerfaktor als Funktion der Frequenz.

Antwort: $V = \frac{U_T}{U_e} = \frac{Z_e + Z_T}{Z_e} = \dots = 1 + \frac{R_T}{R_e} \frac{1 + j2\pi f R_e C_e}{1 + j2\pi f R_T C_T}$

- b) Wie lautet die Abgleichbedingung für den frequenzunabhängigen Teilerfaktor?

Antwort: $R_e C_e = R_T C_T$

- c) Wie groß ist der abgegliche Teilerfaktor?

Antwort: $V_{kompensiert} = V_0 = 1 + \frac{R_T}{R_e}$

- d) Wie groß ist der Eingangswiderstand?

Antwort: $Z_i = \frac{U_i}{I_i} = Z_T + Z_e = \frac{R_T}{1 + j2\pi f R_T C_T} + \frac{R_e}{1 + j2\pi f R_e C_e}$