

Modulations- und Detektionsverfahren

Schriftliche Prüfung am 12. Jänner 2009

Institut für Nachrichtentechnik und Hochfrequenztechnik

Bitte beachten Sie:

- Sie dürfen das Vorlesungsskriptum, einen Taschenrechner sowie eine *mathematische* Formelsammlung ihrer Wahl verwenden.
- Vorlesungsmitschriften, Übungsunterlagen und vorbereitete Beispiele dürfen Sie nicht verwenden.
- Lesbare Schrift und übersichtliche Ausarbeitung sind unbedingt erforderlich!
- Stellen Sie den Rechengang ausführlich dar. Falls Sie Ergebnisse aus dem Vorlesungsskriptum verwenden, müssen diese eindeutig referenziert werden.

Aufgabe 1 (20 Punkte)

Ein Sendesymbol $a \in \{1, j, -1, -j\}$ wird von einem diskreten Kanal gemäß folgender Regel auf ein empfangenes Symbol y abgebildet:

- Mit Wahrscheinlichkeit 0.6 gilt $y = j \cdot a$;
- mit Wahrscheinlichkeit 0.4 gilt $y = a^*$.

Das empfangene Symbol y stammt daher aus demselben Alphabet $\{1, j, -1, -j\}$.

- a) Zeichnen Sie ein Zustandsdiagramm über dem Symbolalphabet mit allen möglichen Übergängen von a auf y .
- b) Geben Sie zu jedem Übergang die zugehörige Wahrscheinlichkeit $p(y|a)$ an.
- c) Zu jedem möglichen Empfangssymbol $y \in \{1, j, -1, -j\}$ gibt der ML-Detektor ein detektiertes Symbol $\hat{a}_{\text{ML}} \in \{1, j, -1, -j\}$ aus. Geben Sie die Funktion $\hat{a}_{\text{ML}}(y)$ an.

Das Sendesymbol ist zwei Sendebits (b_1, b_2) zugeordnet, wobei sich im Alphabet benachbarte Symbole nur in einem Bit unterscheiden. Die Bits b_1, b_2 sind statistisch unabhängig, mit $p(0) = 0.7$.

- d) Geben Sie zu jedem Übergang die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit $p(a|y)$ an (die Normierung durch den Faktor $1/p(y)$ kann weggelassen werden).
- e) Zu jedem möglichen Empfangssymbol $y \in \{1, j, -1, -j\}$ gibt der MAP-Detektor ein detektiertes Symbol $\hat{a}_{\text{MAP}} \in \{1, j, -1, -j\}$ aus. Geben Sie die Funktion $\hat{a}_{\text{MAP}}(y)$ an.
- f) Berechnen Sie die Fehlerwahrscheinlichkeiten des ML-Detektors und des MAP-Detektors.

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Ein Übertragungssystem mit AWGN-Kanal verwendet folgende Signale:

$$s^{(i)}(t) = (T - 2|t|) \operatorname{rect}\left(t - iT; \frac{T}{2}\right), \quad i \in \{1, 2, 3, 4\}.$$

- a) Bestimmen Sie eine orthonormale Basis des Signalraums.
- b) Geben Sie die Signale $s^{(i)}(t)$ als Vektoren an.
- c) Skizzieren Sie eine Implementierung des ML-Folgendetektors (ML sequence detector), bei der die Inprodukte des Empfangssignals mit den Basisfunktionen verwendet werden.
- d) Skizzieren Sie eine Implementierung des ML-Folgendetektors (ML sequence detector), bei der die Inprodukte des Empfangssignals mit den Signalen aus dem Signalalphabet verwendet werden.
- e) Welche Implementierung ist effizienter?
- f) Berechnen Sie den Union Bound für die Fehlerwahrscheinlichkeit des ML-Folgendetektors. Nehmen Sie dabei an, dass alle vier Signale $s^{(i)}(t)$ gleich wahrscheinlich sind.

Aufgabe 3 (20 Punkte)

Mittels Bandpass-PAM werden weiße Daten (Bitrate $R_b = 32 \text{ kbit/s}$) über einen bandbegrenzten AWGN-Kanal (spektrale Rauschleistungsdichte $N_0 = 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{Hz}}$, Bandbreite $B_c = 26 \text{ kHz}$) übertragen. Das Spektrum des Sendeimpulses ist durch $G(j\omega) = \sqrt{R(j\omega)}$ gegeben, wobei $R(j\omega)$ das Spektrum eines *raised-cosine* Impulses mit $\alpha = 0.5$ ist. Zur Übertragung wird eine M_a -QAM Signalkonstellation verwendet, wobei Symbole mit negativem Realteil dreimal so wahrscheinlich gesendet werden wie Symbole mit positivem Realteil.

- a) Berechnen Sie die mindestens erforderliche Anzahl M_a der Symbole im Symbolalphabet. Skizzieren Sie die entsprechende Signalkonstellation.
- b) Entwerfen Sie das Empfangsfilter für ISI-freie Übertragung und skizzieren Sie das Blockschaltbild des entsprechenden ML-Empfängers.
- c) Berechnen Sie den minimalen Symbolabstand d_a für Symbolfehlerwahrscheinlichkeit $P\{\mathcal{E}_s\} = 4 \cdot 10^{-8}$. Verwenden Sie dazu die Näherung $P\{\mathcal{E}_s\} \approx \overline{\mathcal{N}}\mathcal{Q}\left(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2}\sigma_z}\right)$.
- d) Berechnen Sie die mittlere Sendeleistung $P_{\bar{S}}$.
- e) Wie muß man die M_a -QAM Konstellation verschieben, um die Sendeleistung zu minimieren? Skizzieren Sie die verschobene Signalkonstellation. Wie groß ist die entsprechende minimale mittlere Sendeleistung $P_{\bar{S},\min}$?

Aufgabe 4 (20 Punkte)

In einem Bandpass-PAM-System sei der Empfangsimpuls durch

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \operatorname{rect}\left(t; \frac{T_s}{2}\right) - \sqrt{\frac{2}{T_s}} \operatorname{rect}\left(t - \frac{3}{4}T_s; \frac{T_s}{4}\right)$$

gegeben.

- a) Berechnen Sie die Impulsantwort $\rho_h[k]$ und die Übertragungsfunktion $S_h(z)$ des äquivalenten zeitdiskreten Systems (inklusive des im Symboltakt abgetasteten signalangepassten Filters).
- b) Geben Sie die Nullstellen und Pole von $S_h(z)$ an.
- c) Berechnen Sie den linearen *zero forcing*-Entzerrer und geben Sie dessen Pole an.
- d) Finden Sie eine minimalphasige Faktorisierung von $S_h(z)$.
- e) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion und die Impulsantwort des äquivalenten zeitdiskreten Systems inklusive des *noise whitening*-Filters.