Samuel Ferraz-Leite, Dirk Praetorius
Christoph Überhuber

Sommersemester 2008
09. April 2008

Übungen zur Vorlesung
Einführung in das Programmieren für TM

Serie 3

Die Aufgaben mit Stern (*) sind bis zur nächsten Übung vorzubereiten und werden dort abgeprüft. Die übrigen Aufgaben dienen nur Ihrer Übung und mir als zusätzliche Grundlage für den Prüfungsstoff in den schriftlichen Tests. Kopieren Sie bitte den Source-Code in ein Unterverzeichnis `serie03` *Ihres Home-Verzeichnisses. Überprüfen Sie bitte vor der Übung, ob Ihre Source-Codes mit dem* `gcc` *compiliert werden können. In den folgenden Aufgaben sollen (einfache und geschachtelte)* ***Zählschleifen*** *sowie* ***statische*** *und* **dynamische Vektoren** *geübt werden.*

Aufgabe 21*. Man schreibe eine Funktion `max`, die von einem gegebenem Vektor $x \in \mathbb{R}^n$ das Maximum $\max_{j=1}^n x_j$ berechnet und zurückgibt. Ferner schreibe man ein aufrufendes Hauptprogramm, das den Vektor x einliest und das Maximum ausgibt. Die Länge des Vektors soll eine Konstante im Hauptprogramm sein, die Funktion `max` ist für beliebige Länge n zu programmieren.

Aufgabe 22*. Die Frobeniusnorm einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ ist durch

$$\|A\|_F := \Big(\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n A_{jk}^2\Big)^{1/2}$$

definiert. Schreiben Sie eine Funktion `frobeniusnorm`, die für gegebene Matrix A und gegebene Dimensionen $m, n \in \mathbb{N}$ die Frobeniusnorm berechnet. Schreiben Sie ferner ein aufrufendes Hauptprogramm, in dem A eingelesen und $\|A\|_F$ ausgegeben wird. Die Dimensionen der Matrix A sollen Konstanten im Hauptprogramm sein, die Funktion `frobeniusnorm` ist aber für beliebige Dimensionen $m, n \in \mathbb{N}$ zu programmieren. Die Matrix soll spaltenweise in Form eines Vektors gespeichert werden, d.h. man speichert $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ in Form eines Vektors $a \in \mathbb{R}^{mn}$, wobei für Indizes $j = 1, \dots, M$ und $k = 1, \dots, N$ der Wert von A_{jk} an der Stelle $\mathtt{a[(j-1)+(k-1)*m]}$ gespeichert wird (mit Rücksicht auf C-Indizierung $\ell = 0, \dots, mn-1$).

Aufgabe 23*. Gegeben sei ein Polynom $p(x) = \sum_{j=0}^n a_j x^j$ in Form seines Koeffizientenvektors $a = (a_0, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^{n+1}$. Schreiben Sie eine Funktion `evalpolynomial`, die für gegebenen Koeffizientenvektor a und Auswertungspunkt x den Funktionswert $p(x)$ berechnet. Schreiben Sie eine Funktion, die möglichst nur *eine* Schleife verwendet. Schreiben Sie die Funktion in zwei Varianten, mit und ohne Verwendung von `pow`. Schreiben Sie ferner ein aufrufendes Hauptprogramm, in dem sowohl der Grad $n \in \mathbb{N}$ als auch die Koeffizienten a_j des Polynoms sowie der Auswertungspunkt x eingelesen und $p(x)$ ausgegeben werden.

Aufgabe 24*. Man schreibe eine Funktion `prim`, die überprüft ob eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ eine Primzahl ist (Rückgabewert 1) oder nicht (Rückgabewert 0). Ferner schreibe man ein aufrufendes Hauptprogramm, das den Wert n von der Tastatur einliest und am Bildschirm ausgibt, ob n eine Primzahl ist.

Aufgabe 25. Gegeben seien zwei Vektoren $x, y \in \mathbb{R}^n$. Schreiben Sie eine Funktion `addvectors`, die die Summe $z \in \mathbb{R}^n, z_j = x_j + y_j$ berechnet. Schreiben Sie ferner ein aufrufendes Hauptprogramm, in dem die Dimension $n \in \mathbb{N}$ sowie die Koeffizienten der Vektoren x, y eingelesen und z ausgegeben wird.

Aufgabe 26. Ein Tripel $(x, y, z) \in \mathbb{N}^3$ natürlicher Zahlen heißt *pythagoräisches Zahlentripel*, falls $x^2 + y^2 = z^2$ gilt. Das wohl bekannteste Beispiel ist $(3, 4, 5)$. Offensichtlich gelten $z > \max\{x, y\}$ sowie $x \neq y$ und ohne Beschränkung der Allgemeinheit ferner $x < y$. Man schreibe eine Prozedur `pythagoras`, die zu gegebener Schranke $n \in \mathbb{N}$ alle pythagoräischen Zahlentripel mit $x < y < z \leq n$ bestimmt und ausgibt. Ferner schreibe man ein aufrufendes Hauptprogramm, in dem die Schranke n eingelesen wird.

Aufgabe 27. Die Fibonacci-Folge ist definiert durch $x_0 := 0$, $x_1 := 1$ und $x_{n+1} := x_n + x_{n-1}$. Man schreibe eine Funktion `fibonacci`, die zu gegebenem Index n das Folgenglied x_n zurückgibt. Ferner schreibe man ein aufrufendes Hauptprogramm, das den Index n einliest und x_n ausgibt.

Aufgabe 28. Für $p \in [1, \infty)$ ist die ℓ_p-Norm auf $\mathbb{R}^n$ definiert durch

$$\|x\|_p := \Big(\sum_{j=1}^{n} |x_j|^p \Big)^{1/p}.$$

Schreiben Sie eine Funktion `pnorm`, die einen Vektor $x \in \mathbb{R}^n$, dessen Länge n sowie $p \in [1, \infty)$ übernimmt und $\|x\|_p$ zurückgibt. Schreiben Sie ferner ein aufrufendes Hauptprogramm, in dem x und p eingelesen werden und $\|x\|_p$ ausgegeben wird.

Aufgabe 29. Eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ist symmetrisch, falls $A_{jk} = A_{kj}$ für alle $j, k = 1, \dots, n$ gilt. Schreiben Sie eine Funktion `issymmetric`, die eine Matrix A auf Symmetrie überprüft (Rückgabewert `1` bei Symmetrie und `0` bei Nicht-Symmetrie). Schreiben Sie ein aufrufendes Hauptprogramm, in dem A eingelesen wird und ausgegeben wird, ob A symmetrisch ist oder nicht. Speichern Sie die Matrix spaltenweise, vgl. Aufgabe 22. Die Dimension $n \in \mathbb{N}$ der Matrix soll eine Konstante im Hauptprogramm, aber ein Parameter der Funktion `issymmetric` sein.

Aufgabe 30. Für eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ ist die Zeilensummennorm durch

$$\|A\| = \max_{j=1,\dots,m} \sum_{k=1}^{n} |A_{jk}|$$

gegeben. Schreiben Sie eine Funktion `zeilensummennorm`, die die Zeilensummennorm einer Matrix A berechnet. Speichern Sie die Matrix spaltenweise, vgl. Aufgabe 22. Schreiben Sie ein aufrufendes Hauptprogramm, in dem A eingelesen und $\|A\|$ ausgegeben wird. Die Dimensionen $m, n \in \mathbb{N}$ der Matrix sollen Konstanten im Hauptprogramm, aber ein Parameter der Funktion `zeilensummennorm` sein.