
Familienname:

Aufgabe 1 (3 Punkte):

Aufgabe 2 (4 Punkte):

Aufgabe 3 (1 Punkt):

Vorname:

Aufgabe 4 (3 Punkte):

Aufgabe 5 (3 Punkte):

Aufgabe 6 (4 Punkte):

Aufgabe 7 (1 Punkt):

Matrikelnummer:

Aufgabe 8 (1 Punkt):

Aufgabe 9 (10 Punkte):

Gesamtpunktzahl:

Studienkennzahl:

Note:

Schriftlicher Test 1 (90 Minuten)
VU Einführung ins Programmieren für TM

09. Mai 2008

Aufgabenstellung. Um Gleichungssysteme numerisch zu lösen, werden Matrizen zunächst auf einfache Standardformen reduziert. Im Test betrachten wir untere Dreiecksmatrizen $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ der Gestalt

$$L = \begin{pmatrix} \ell_{11} & 0 & \dots & 0 \\ \ell_{21} & \ell_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \ell_{n1} & \dots & \ell_{n,n-1} & \ell_{nn} \end{pmatrix},$$

d.h. $\ell_{ij} = 0$ für alle $j > i$.

Aufgabe 1 (3 Punkte). Schreiben Sie einen Strukturdatentyp `matrix` zur Speicherung von unteren Dreiecksmatrizen $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit Einträgen vom Typ `double`. In der Struktur sollen neben der Dimension n die Einträge L_{ij} in einem dynamischen Vektor der Länge $\frac{n(n+1)}{2} = \sum_{j=1}^n j$ gespeichert werden. Dieses Speicherformat soll auch in den übrigen Aufgaben verwendet werden.

Lösung von Aufgabe 1:

Aufgabe 2 (4 Punkte). Schreiben Sie eine Funktion `newMatrix`, die eine untere Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ allokiert und initialisiert.

Lösung von Aufgabe 2:

Aufgabe 3 (1 Punkt). Schreiben Sie eine Funktion `getMatrixN`, die die Dimension n einer unteren Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ zurückgibt.

Lösung von Aufgabe 3:

Aufgabe 4 (3 Punkte). Schreiben Sie eine Funktion `getMatrixEntry`, die einen Eintrag L_{ij} einer unteren Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ zurückgibt. Erklären Sie Ihre Indizierung, d.h. unter welchem Index k im Speichervektor wird ein Matrixeintrag L_{ij} abgelegt?

Lösung von Aufgabe 4:

Aufgabe 5 (3 Punkte). Schreiben Sie einen Strukturdatentyp `vector` zur Speicherung von Vektoren $x \in \mathbb{R}^n$ mit Einträgen vom Typ `double`. Dieses Speicherformat soll auch in den übrigen Aufgaben verwendet werden.

Lösung von Aufgabe 5:

Aufgabe 6 (4 Punkte). Schreiben Sie eine Funktion `newVector`, die einen Vektor $x \in \mathbb{R}^n$ allokiert und initialisiert.

Lösung von Aufgabe 6:

Aufgabe 7 (1 Punkt). Schreiben Sie eine Funktion `getVectorEntry`, die einen Eintrag x_j des Vektors $x \in \mathbb{R}^n$ zurückgibt.

Lösung von Aufgabe 7:

Aufgabe 8 (1 Punkt). Schreiben Sie eine Funktion `setVectorEntry`, die einen Eintrag x_j des Vektors $x \in \mathbb{R}^n$ schreibt.

Lösung von Aufgabe 8:

Aufgabe 9 (10 Punkte). Gegeben seien eine rechte Seite $b \in \mathbb{R}^n$ und eine untere Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $\ell_{jj} \neq 0$ für alle $j = 1, \dots, n$. Dann existiert ein eindeutiger Vektor $x \in \mathbb{R}^n$ mit $Lx = b$. Schreiben Sie eine Funktion `solveL`, die diesen Vektor x berechnet und zurückgibt. Verwenden Sie die Strukturen sowie die Zugriffsfunktionen aus den vorausgegangenen Aufgaben. — Um den Algorithmus herzuleiten, schreibe man sich das Matrix-Vektor-Produkt Lx komponentenweise hin:

$$b_i = \sum_{j=1}^n \ell_{ij} x_j \quad \text{für alle } i = 1, \dots, n.$$

Man überlege sich, wie die spezielle Gestalt von L den Laufindex vereinfacht und in welcher Reihenfolge die x_j berechnet werden können.

Lösung von Aufgabe 9: