

- Konstruktor, Copy-Konstruktor, Destruktor,
- Zuweisungsoperator,
- Zugriff auf die Koeffizienten mittels $L(i, j)$ und
- die Möglichkeit eine untere Dreiecksmatrix L mit `cout << L` auszugeben.

Implementieren Sie die Konstruktoren und den Destruktor der Klasse, sowie den Zuweisungsoperator und den Koeffizientenzugriff. Schreiben Sie auch ein main-Programm, in welchem Sie die Implementierung testen.

Aufgabe 12.6. Überladen Sie den Operator $+$ für die Klasse `MatrixL` aus Aufgabe 12.5 um zwei untere Dreiecksmatrizen bei passenden Dimensionen addieren zu können. Schreiben Sie auch ein main-Programm, in welchem Sie die Implementierung testen.

Aufgabe 12.7. Beweisen Sie mit der Formel des Matrix-Matrix-Produktes, dass das Produkt zweier unterer Dreiecksmatrizen eine untere Dreiecksmatrix ist. Überladen Sie den Operator $*$ für die Klasse `MatrixL` aus Aufgabe 12.5 sodass Sie das Matrixprodukt für zwei untere Dreiecksmatrizen bei geeigneten Dimensionen berechnen können. Schreiben Sie auch ein main-Programm, in welchem Sie die Implementierungen testen.

Aufgabe 12.8. Gegeben sei eine untere Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $\ell_{jj} \neq 0$ für alle $j = 1, \dots, n$. Zu gegebenem $b \in \mathbb{R}^n$ existiert dann ein eindeutiges $x \in \mathbb{R}^n$ mit $Lx = b$. Implementieren Sie die Möglichkeit, für eine untere Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und einen Vektor $b \in \mathbb{R}^n$ das System $Lx = b$ mittels `x=L|b` zu lösen. L ist dabei vom Typ `Matrix` aus Aufgabe 12.5 und b ist dabei vom bekannten Typ `Vector` aus der Vorlesung. Schreiben Sie auch ein main-Programm, in welchem Sie die Implementierung testen.