

Übungen zur Vorlesung Computermathematik

Serie 1

Die Aufgaben mit Stern (*) sind bis zur Übung in der kommenden Woche vorzubereiten. Kopieren Sie bitte die Source-Codes auf Ihren Account auf der `lva.student.tuwien.ac.at` und überprüfen Sie vor der Übung, ob diese mittels `latex` übersetzt werden können.

Aufgabe 1.1*. Schreiben Sie einen Text Ihrer Wahl mit Überschrift und mindestens 400 Worten in \LaTeX . Als Schriftgröße wählen Sie 12pt. Der Text soll mindestens zwei Absätze umfassen. Was bedeutet die Warnung `Overfull hbox`? Modifizieren Sie ggf. den Text so, dass \LaTeX diese Warnung zurückgibt. Speichern Sie das File unter `hbox.tex` ins Verzeichnis `serie01`. Schauen Sie sich die erzeugte Datei `hbox.log` an und bereiten Sie vor, den Inhalt der Datei in der Übung erklären zu können. Wie müsste man den Text modifizieren, um die Warnung `Overfull hbox` zu vermeiden? Geben Sie in einer Fußnote `\footnote{...}` die Referenz an, von wo Sie den Text entnommen haben.

Aufgabe 1.2*. Schreibt man den Befehl `\renewcommand{\familydefault}{\sfdefault}` in den Kopf des \LaTeX -Dokuments, so wird als Standardschrift nicht „Times New Roman“, sondern „Arial“ gewählt. Modifizieren Sie die Datei `text.tex` aus der vorausgegangenen Aufgabe, sodass zum einen die Standardschriftart eine andere ist und zum anderen 1,5 Zeilenabstand verwendet wird. Gliedern Sie den Text in mindestens 2 Sections und erzeugen Sie ein Inhaltsverzeichnis. Speichern Sie die Datei unter `arial.tex` in das Verzeichnis `serie01`. Welche Bedeutung hat die automatisch erzeugte Datei `arial.toc`? Warum muss man das Dokument mehrfach mit \LaTeX übersetzen, bis das Inhaltsverzeichnis korrekt erzeugt ist.

Aufgabe 1.3*. Schreiben Sie ein \LaTeX -File, das als Inhalt dieses Übungsblatt hat — Kopf des Übungsblattes bis inklusive Aufgabe 1.1. Speichern Sie die Datei unter `serie01.tex` ins Verzeichnis `serie01`. Um einen \LaTeX -Befehl `\bfehl` wiederzugeben, können Sie `\verb|\bfehl|` verwenden.

Aufgabe 1.4*. Für reelle Zahlen $x, y \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt der Binomische Lehrsatz

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k.$$

Schreiben Sie ein \LaTeX -File, das als Inhalt die Behauptung und den (ausführlichen) Beweis des Binomischen Lehrsatzes hat. Speichern Sie das File unter `lehrsatz.tex` ins Verzeichnis `serie01`.

Aufgabe 1.5. Realisieren Sie die Definition des charakteristischen Polynoms einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$p(t) = \det(A - t \cdot \text{Id}) = \begin{vmatrix} a_{11} - t & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - t & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} - t \end{vmatrix}$$

in einem \LaTeX -File. Man beachte das Symbol `Id` anstelle von `Id` für die Einheitsmatrix.

Aufgabe 1.6. Schreiben Sie folgenden Text, das Symbol \pm wird dabei mit `\pm` erzeugt: Zu gegebener Basis $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$, Mantissenlänge $t \in \mathbb{N}$ und Exponentialschranken $e_{\min} < 0 < e_{\max}$ definieren wir die Menge der **normalisierten Gleitkommazahlen** $\mathbb{F} := \mathbb{F}(b, t, e_{\min}, e_{\max})$

$\subset \mathbb{R}$ durch

$$\mathbb{F} = \{0\} \cup \left\{ \left(\sigma \sum_{k=1}^t a_k b^{-k} \right) b^e \mid \sigma \in \{\pm 1\}, a_j \in \{0, \dots, b-1\}, a_1 \neq 0, e \in \mathbb{Z}, e_{\min} \leq e \leq e_{\max} \right\}.$$

Die endliche Summe $a = \sum_{k=1}^t a_k b^{-k}$ bezeichnet man als (**normalisierte**) **Mantisse** einer Gleitkommazahl.

Aufgabe 1.7. Schreiben Sie folgenden Inhalt in \LaTeX : Die Gamma-Funktion ist durch

$$\Gamma(x) := \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! n^x}{x(x+1) \cdots (x+n)}$$

definiert. Es gilt die Weierstraßsche Produktdarstellung

$$\frac{1}{\Gamma(x)} = x \cdot e^{Cx} \cdot \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{x}{k} \right) e^{-x/k} \quad \text{mit} \quad C := \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \right).$$

Dabei ist ∞ das Symbol ∞ , und \cdot bzw. \cdots erzeugt man mit \cdot und \cdots .

Aufgabe 1.8. Realisieren Sie die folgende Gleichung

$$A = \begin{pmatrix} \beta_0 & -\gamma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\gamma_1 & \beta_1 & -\gamma_2 & \ddots & \vdots \\ 0 & -\gamma_2 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -\gamma_n \\ 0 & \cdots & 0 & -\gamma_n & \beta_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{\text{sym}}^{(n+1) \times (n+1)}$$

in \LaTeX . Die Punkte werden mittels \cdots , \ddots und \vdots erstellt. Das Symbol \times erhält man durch \times .

Aufgabe 1.9. Realisieren Sie die Formel

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx &= \left[x\sqrt{1-x^2} \right]_{x=-1}^1 - \int_{-1}^1 \frac{x(-2x)}{2\sqrt{1-x^2}} dx \\ &= \left[x\sqrt{1-x^2} \right]_{x=-1}^1 + \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int_{-1}^1 \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx \\ &= \left[x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x \right]_{x=-1}^1 - \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx \end{aligned}$$

in \LaTeX .

Aufgabe 1.10. Realisieren Sie die Definition der charakteristischen Funktion $\chi_{\mathbb{Q}}$

$$\chi_{\mathbb{Q}}(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \end{cases}$$

in \LaTeX . Das Symbol χ erzeugen Sie mittels χ .