Winfried Auzinger
Dirk Praetorius

Sommersemester 2013
31. Mai 2013

Übungen zur Vorlesung Computermathematik

Serie 9

Aufgabe 9.1. Schreiben Sie ein LaTeX-File, das als Inhalt dieses Übungsblatt hat — Kopf des Übungsblattes bis inklusive Aufgabe 9.2. Um einen LaTeX-Befehl `\befehl` zweichenweise wiederzugeben, können Sie `\verb|\befehl|` verwenden.

Aufgabe 9.2. Schreiben Sie einen Text Ihrer Wahl mit Überschrift und mindestens 400 Worten in LaTeX. Als Schriftgröße wählen Sie 12pt. Der Text soll mindestens zwei Absätze umfassen. Was bedeutet die Warnung `Overfull hbox`? Modifzieren Sie ggf. den Text so, dass LaTeX diese Warnung zurückgibt. Schauen Sie sich die erzeugte log-Datei `name.log` an und bereiten Sie vor, den Inhalt der Datei in der Übung erklären zu können. Wie müsste man den Text modifizieren, um die Warnung `Overfull hbox` zu vermeiden? Geben Sie in einer Fußnote `\footnote{...}` die Referenz an, von wo Sie den Text entnommen haben.

Aufgabe 9.3. Schreibt man den Befehl `\renewcommand{\familydefault}{\sfdefault}` in den Kopf des LaTeX-Dokuments, so wird als Standardschrift nicht „Times New Roman", sondern „Arial" gewählt. Modifizieren Sie die Datei `text.tex` aus der vorausgegangenen Aufgabe, sodass zum einen die Standardschriftart eine andere ist und zum anderen $1,5$ Zeilenabstand verwendet wird. Gliedern Sie den Text in mindestens 2 Sections und erzeugen Sie ein Inhaltsverzeichnis. Welche Bedeutung hat die automatisch erzeugte Datei `arial.toc`? Warum muss man das Dokument mehrfach mit LaTeX übersetzen, bis das Inhaltsverzeichnis korrekt erzeugt ist.

Aufgabe 9.4. Für reelle Zahlen $x, y \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt der Binomische Lehrsatz

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} x^{n-k} y^k.$$

Schreiben Sie ein LaTeX-File, das als Inhalt die Behauptung und den (ausführlichen) Beweis des Binomischen Lehrsatzes hat.

Aufgabe 9.5. Realisieren Sie die Definition des charakteristischen Polynoms einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$

$$p(t) = \det(A - t\cdot \mathrm{Id}) = \begin{vmatrix} a_{11}-t & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-t & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}-t \end{vmatrix}$$

in einem LaTeX-File. Man beachte das Symbol Id anstelle von Id für die Einheitsmatrix.

Aufgabe 9.6. Schreiben Sie folgenden Text, das Symbol $\pm$ wird dabei mit `\pm` erzeugt: Zu gegebener ***Basis*** $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$, ***Mantissenlänge*** $t \in \mathbb{N}$ und ***Exponentialschranken*** $e_{\min} < 0 < e_{\max}$ definieren wir die Menge der ***normalisierten Gleitkommazahlen*** $\mathbb{F} := \mathbb{F}(b, t, e_{\min}, e_{\max}) \subset \mathbb{R}$ durch

$$\mathbb{F} = \{0\} \cup \Big\{ \Big(\sigma \sum_{k=1}^{t} a_k b^{-k}\Big) b^e \,\Big|\, \sigma \in \{\pm 1\}, a_j \in \{0, \dots, b-1\}, a_1 \neq 0, e \in \mathbb{Z}, e_{\min} \leq e \leq e_{\max} \Big\}.$$

Die endliche Summe $a = \sum_{k=1}^{t} a_k b^{-k}$ bezeichnet man als ***(normalisierte) Mantisse*** einer Gleitkommazahl.

Aufgabe 9.7. Schreiben Sie folgenden Inhalt in LaTeX: Die Gamma-Funktion ist durch

$$\Gamma(x) := \lim_{n\to\infty} \frac{n!n^x}{x(x+1)\cdots(x+n)}$$

definiert. Es gilt die Weierstraßsche Produktdarstellung

$$\frac{1}{\Gamma(x)} = x \cdot e^{Cx} \cdot \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{x}{k}\right) e^{-x/k} \quad \text{mit} \quad C := \lim_{n\to\infty} \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln n \right).$$

Dabei ist `\infty` das Symbol ∞, und $\cdot$ bzw. $\cdots$ erzeugt man mit `\cdot` und `\cdots`.

Aufgabe 9.8. Realisieren Sie die folgende Gleichung

$$A = \begin{pmatrix} \beta_0 & -\gamma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\gamma_1 & \beta_1 & -\gamma_2 & \ddots & \vdots \\ 0 & -\gamma_2 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -\gamma_n \\ 0 & \cdots & 0 & -\gamma_n & \beta_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(n+1)\times(n+1)}_{\text{sym}}$$

in LaTeX. Die Punkte werden mittels `\cdots`, `\vdots` und `\ddots` erstellt. Das Symbol $\times$ erhält man durch `\times`.

Aufgabe 9.9. Realisieren Sie die Formel

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx &= \left[x\sqrt{1-x^2}\right]_{x=-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \frac{x(-2x)}{2\sqrt{1-x^2}}\,dx \\ &= \left[x\sqrt{1-x^2}\right]_{x=-1}^{1} + \int_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int_{-1}^{1} \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \\ &= \left[x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x\right]_{x=-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx \end{aligned}$$

in LaTeX.

Aufgabe 9.10. Realisieren Sie die Definition der charakteristischen Funktion $\chi_{\mathbb{Q}}$

$$\chi_{\mathbb{Q}}(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & \text{falls } x \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}, \end{cases}$$

in LaTeX. Das Symbol χ erzeugen Sie mittels `\chi`.