

Übungen zur Vorlesung Computermathematik

Serie 10

Aufgabe 10.1. Schreiben Sie ein \LaTeX -File, das als Inhalt dieses Übungsblatt hat — Kopf des Übungsblattes bis inklusive Aufgabe 11.2. Um einen \LaTeX -Befehl `\befehl` zeichenweise wiederzugeben, können Sie `\verb|\befehl|` verwenden.

Aufgabe 10.2. Schreiben Sie einen Text Ihrer Wahl mit Überschrift und mindestens 400 Worten in \LaTeX . Als Schriftgröße wählen Sie 12pt. Der Text soll mindestens zwei Absätze umfassen. Was bedeutet die Warnung `Overfull hbox`? Modifizieren Sie ggf. den Text so, dass \LaTeX diese Warnung zurückgibt. Schauen Sie sich die erzeugte log-Datei `name.log` an und bereiten Sie vor, den Inhalt der Datei in der Übung erklären zu können. Wie müsste man den Text modifizieren, um die Warnung `Overfull hbox` zu vermeiden? Geben Sie in einer Fußnote `\footnote{...}` die Referenz an, von wo Sie den Text entnommen haben.

Aufgabe 10.3. Schreibt man den Befehl `\renewcommand{\familydefault}{\sfdefault}` in den Kopf des \LaTeX -Dokuments, so wird als Standardschrift nicht „Times New Roman“, sondern „Arial“ gewählt. Modifizieren Sie die Datei `text.tex` aus der vorausgegangenen Aufgabe, sodass zum einen die Standardschriftart eine andere ist und zum anderen 1,5 Zeilenabstand verwendet wird. Gliedern Sie den Text in mindestens 2 Sections und erzeugen Sie ein Inhaltsverzeichnis. Welche Bedeutung hat die automatisch erzeugte Datei `arial.toc`? Warum muss man das Dokument mehrfach mit \LaTeX übersetzen, bis das Inhaltsverzeichnis korrekt erzeugt ist.

Aufgabe 10.4. Sei I ein nichtleeres offenes Intervall. Dann gilt für $f, g \in C^\infty(I)$ und $n \in \mathbb{N}$

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}.$$

Schreiben Sie ein \LaTeX -File, das als Inhalt die Behauptung und den (ausführlichen) Beweis der Produktregel für die n -te Ableitung hat.

Aufgabe 10.5. Sei $n \in \mathbb{N}$. Dann ist \sqrt{n} entweder selbst eine natürliche Zahl oder irrational. Schreiben Sie ein \LaTeX -File, das als Inhalt die Behauptung und den (ausführlichen) Beweis hat. Sie dürfen hierzu verwenden, dass jede natürliche Zahl x eine eindeutige Primfaktorzerlegung hat, d.h. es gibt eindeutige endlich Folge von Primzahlen $2 \leq p_1 \leq \dots \leq p_k$ mit $x = \prod_{j=1}^k p_j$.

Aufgabe 10.6. Schreiben Sie folgenden Text, das Symbol \pm wird dabei mit `\pm` erzeugt: Zu gegebener **Basis** $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$, **Mantissenlänge** $t \in \mathbb{N}$ und **Exponentialschranken** $e_{\min} < 0 < e_{\max}$ definieren wir die Menge der **normalisierten Gleitkommazahlen** $\mathbb{F} := \mathbb{F}(b, t, e_{\min}, e_{\max}) \subset \mathbb{R}$ durch

$$\mathbb{F} = \{0\} \cup \left\{ \left(\sigma \sum_{k=1}^t a_k b^{-k} \right) b^e \mid \sigma \in \{\pm 1\}, a_j \in \{0, \dots, b-1\}, a_1 \neq 0, e \in \mathbb{Z}, e_{\min} \leq e \leq e_{\max} \right\}.$$

Die endliche Summe $a = \sum_{k=1}^t a_k b^{-k}$ bezeichnet man als (**normalisierte**) **Mantisse** einer Gleitkommazahl.

Aufgabe 10.7. Schreiben Sie folgenden Inhalt in \LaTeX : Die Gamma-Funktion ist durch

$$\Gamma(x) := \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! n^x}{x(x+1) \cdots (x+n)}$$

definiert. Es gilt die Weierstraßsche Produktdarstellung

$$\frac{1}{\Gamma(x)} = x \cdot e^{Cx} \cdot \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{x}{k} \right) e^{-x/k} \quad \text{mit} \quad C := \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \right).$$

Dabei ist `\infty` das Symbol ∞ , und \cdot bzw. \cdots erzeugt man mit `\cdot` und `\cdots`.

Aufgabe 10.8. Realisieren Sie die folgende Gleichung

$$A = \begin{pmatrix} \beta_0 & -\gamma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\gamma_1 & \beta_1 & -\gamma_2 & \ddots & \vdots \\ 0 & -\gamma_2 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -\gamma_n \\ 0 & \cdots & 0 & -\gamma_n & \beta_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{\text{sym}}^{(n+1) \times (n+1)}$$

in \LaTeX . Die Punkte werden mittels `\cdots`, `\vdots` und `\ddots` erstellt. Das Symbol \times erhält man durch `\times`.

Aufgabe 10.9. Realisieren Sie die Formel

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx &= \left[x\sqrt{1-x^2} \right]_{x=-1}^1 - \int_{-1}^1 \frac{x(-2x)}{2\sqrt{1-x^2}} dx \\ &= \left[x\sqrt{1-x^2} \right]_{x=-1}^1 + \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int_{-1}^1 \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx \\ &= \left[x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x \right]_{x=-1}^1 - \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx \end{aligned}$$

in \LaTeX .

Aufgabe 10.10. Realisieren Sie folgende Formel in einem \LaTeX -File: Für $q \in \mathbb{R}$ gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \begin{cases} +\infty & \text{falls } q > 1, \\ 1 & \text{falls } q = 1, \\ 0 & \text{falls } -1 < q < 1, \\ \nexists & \text{falls } q \leq -1. \end{cases}$$

Das Symbol \nexists erzeugen Sie mittels `\nexists` oder `\not\exists`.